

POM-Basics

Einführung in Produktions- und Dienstleistungsmanagement



Themenblock 0

Statistikauffrischung

Agenda

- Statistikauffrischung zu Themenblock 1
 - Diskrete Zufallsvariablen
 - Übung 0.1 – das Sportwarengeschäft

- Statistikauffrischung zu Themenblock 3
 - Stetige Zufallsvariablen
 - Übung 0.2 – Lufthansa
 - Übung 0.3 – Big Size

0.1 – das Sportwarengeschäft

Auf der Grundlage vergangener Erfahrungen schätzt der Einkäufer eines großen Sportwarengeschäfts, dass die Nachfrage nach Fahrrädern mit 10-Gang-Schaltung irgendwo zwischen 40 und 90 liegen wird. Er nimmt die folgende Verteilung an:

Nachfrage x	40	50	60	70	80	90
Wahrscheinlichkeit p(x)	0.05	0.15	0.41	0.34	0.04	0.01

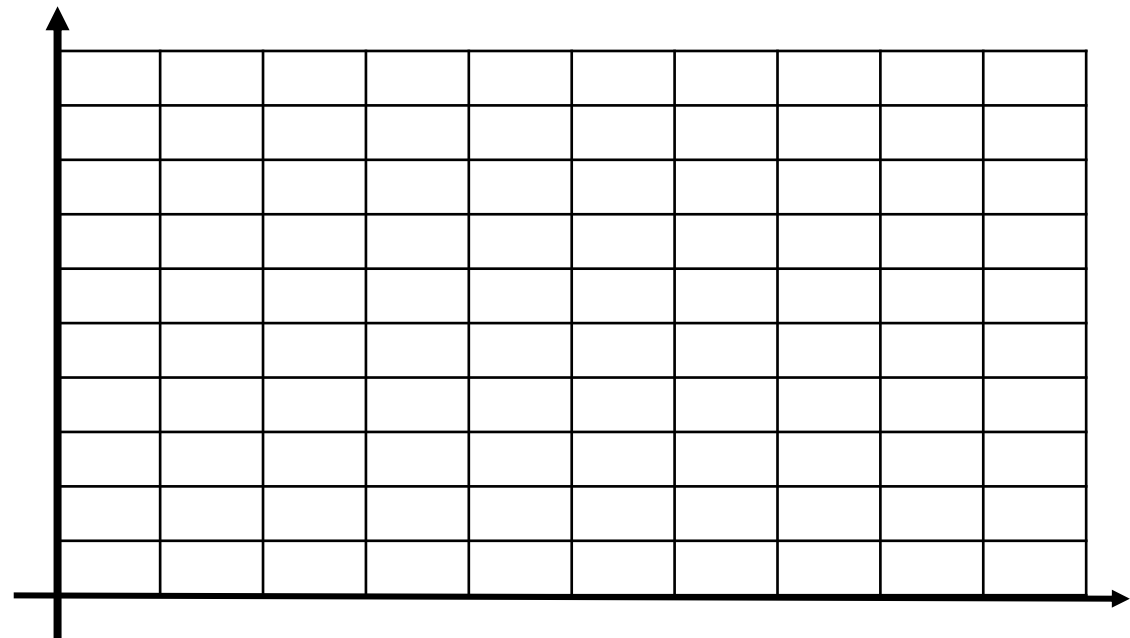


Photo by Wayne Bishop on Unsplash

Eine Zufallsvariable ist **diskret** wenn sie höchstens abzählbar viele Werte x_1, x_2, x_3, \dots annehmen kann.

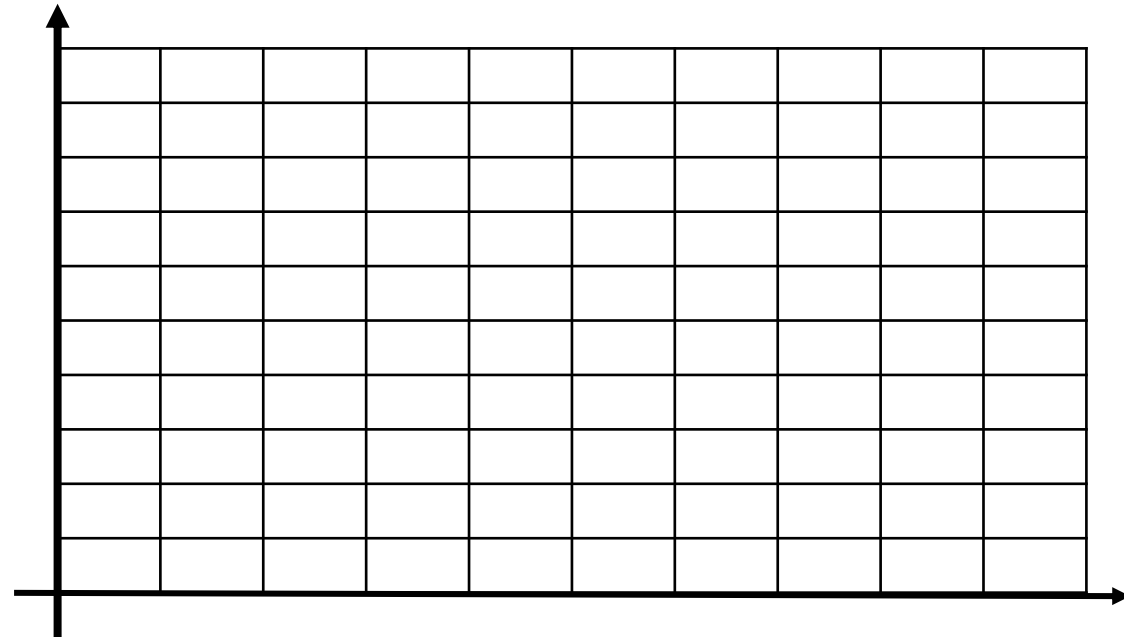
Es gilt:

$$P(X = x_i) \geq 0 \text{ und } \sum_{i=1}^{\infty} P(X = x_i) = 1$$

0.1 – das Sportwarengeschäft

Nachfrage x	40	50	60	70	80	90
Wahrscheinlichkeit $p(x)$	0.05	0.15	0.41	0.34	0.04	0.01

- a. Zeichnen Sie die kumulative Verteilungsfunktion der Zufallsvariablen X , die die Nachfrage nach Fahrrädern beschreibt.



Die **kumulative Verteilungsfunktion** ist gegeben durch:

$$F(x) = P(X \leq x).$$

Es gilt:

$$0 \leq F(x) \leq 1 \text{ für alle } x$$

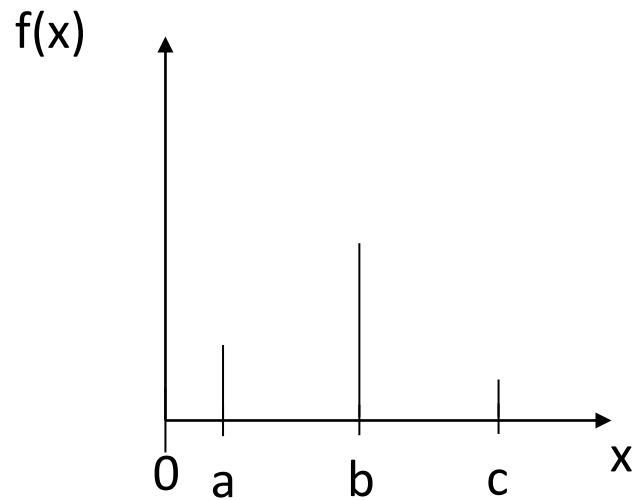
$F(x)$ monoton steigend

$F(x) \rightarrow 1$ für $x \rightarrow \infty$ und

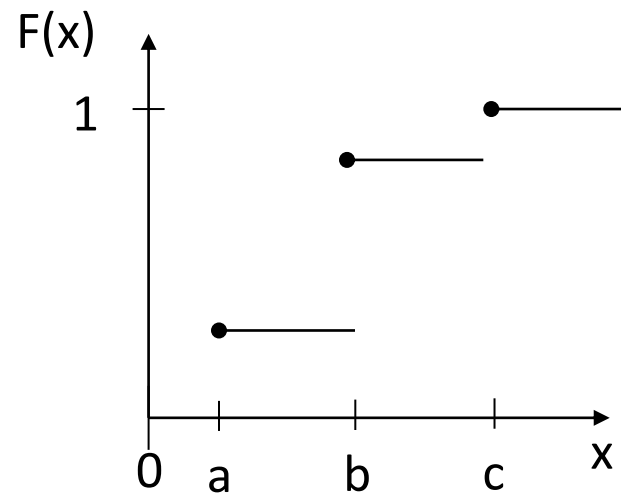
$F(x) \rightarrow 0$ für $x \rightarrow -\infty$.

Diskrete Verteilung

Wahrscheinlichkeitsverteilung



Kumulative Verteilungsfunktion



0.1 – das Sportwarengeschäft

Nachfrage x	40	50	60	70	80	90
Wahrscheinlichkeit p(x)	0.05	0.15	0.41	0.34	0.04	0.01

Der Erwartungswert

$$E(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i \cdot P(X = x_i)$$

Die Varianz

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} (x_i - E(X))^2 P(X = x_i) \end{aligned}$$

Die Standardabweichung

$$\sigma(X) = \sqrt{\text{Var}(X)}$$

b. Was ist die erwartete Nachfrage?

c. Wie groß ist die Standardabweichung?

0.1 – das Sportwarengeschäft

Nachfrage x	40	50	60	70	80	90
Wahrscheinlichkeit $p(x)$	0.05	0.15	0.41	0.34	0.04	0.01

- d. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle Fahrräder verkauft werden, falls 60 Fahrräder vom Geschäft bestellt werden?
- e. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass nicht alle Fahrräder verkauft werden, falls 60 Fahrräder vom Geschäft bestellt werden?



Photo by Wayne Bishop on Unsplash

0.1 – das Sportwarengeschäft

Nachfrage x	40	50	60	70	80	90
Wahrscheinlichkeit $p(x)$	0.05	0.15	0.41	0.34	0.04	0.01

- f. Wie viele Fahrräder müssen mindestens bestellt werden, um fast sicher (95%) zu sein, genügend Fahrräder vorrätig zu haben um die Nachfrage zu befriedigen?

Photo by Wayne Bishop on Unsplash

Agenda

- Statistikauffrischung zu Themenblock 1
Diskrete Zufallsvariablen
 - Übung 0.1 – das Sportwarengeschäft

- Statistikauffrischung zu Themenblock 3
Stetige Zufallsvariablen
 - Übung 0.2 – Lufthansa
 - Übung 0.3 – Big Size



0.2 - Lufthansa

Lufthansa gibt für den Flug von Chicago nach Frankfurt eine Flugzeit von 8 Stunden und 12 Minuten an. Es wird angenommen, dass die tatsächlichen Flugzeiten gleichverteilt zwischen 7 Stunden 50 Minuten und 8 Stunden 30 Minuten sind.

- a. Zeichnen Sie den Graphen der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion und die kumulative Verteilungsfunktion für die Flugzeiten.

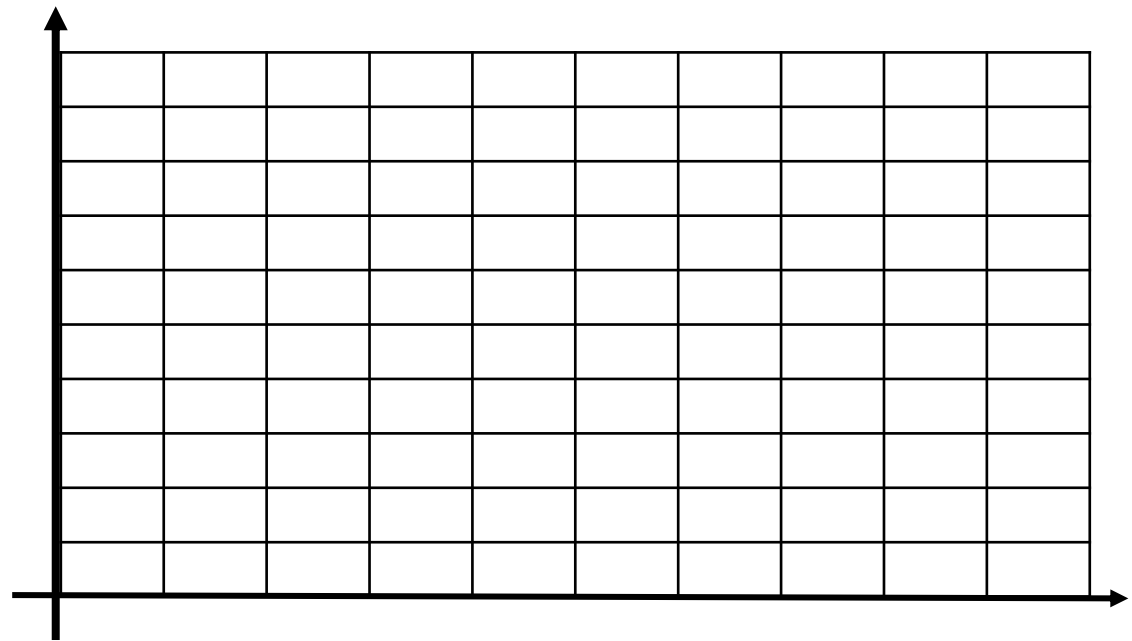


Photo by Eric Karim Cornelis on Unsplash

Stetige Zufallsvariablen werden durch ihre **Dichte** $f(x)$ beschrieben. Es gilt:

1. $f(x) \geq 0$ für alle x
2. $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$
3. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$

0.2 - Lufthansa

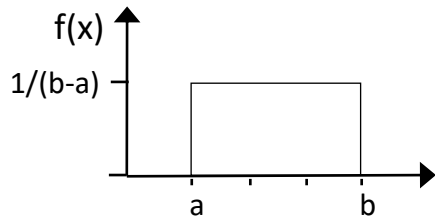
Lufthansa gibt für den Flug von Chicago nach Frankfurt eine Flugzeit von 8 Stunden und 12 Minuten an. Es wird angenommen, dass die tatsächlichen Flugzeiten gleichverteilt zwischen 7 Stunden 50 Minuten und 8 Stunden 30 Minuten sind.

- a. Zeichnen Sie den Graphen der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion und die kumulative Verteilungsfunktion für die Flugzeiten.

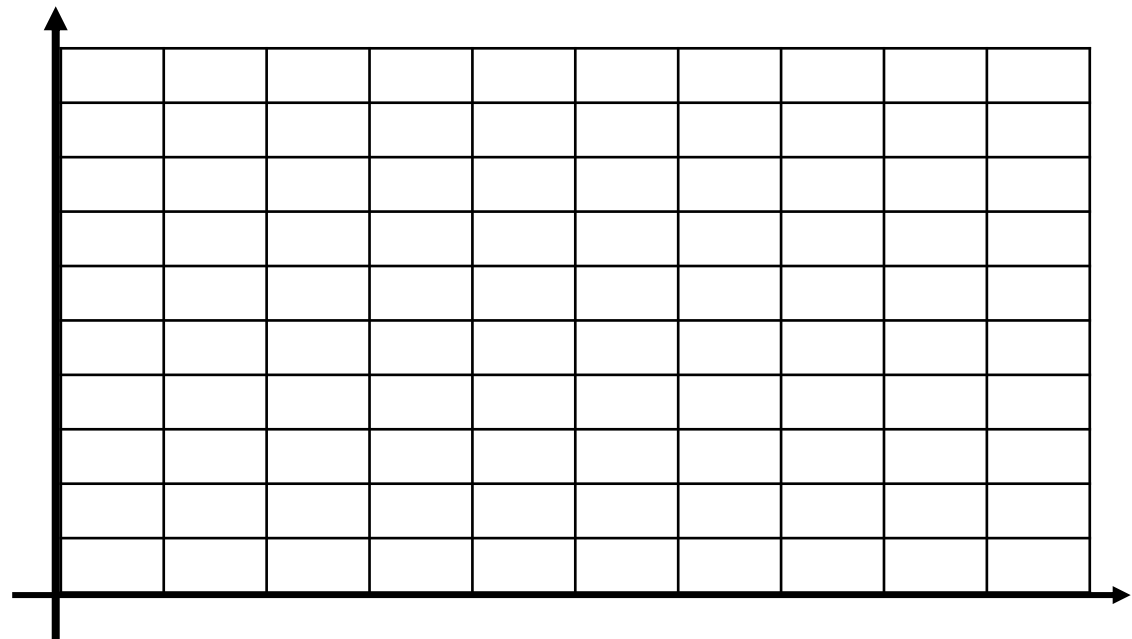
Die **kumulative Verteilungsfunktion**

$$F(x) = P(X \leq x).$$

Gleichverteilung
zwischen a und b:

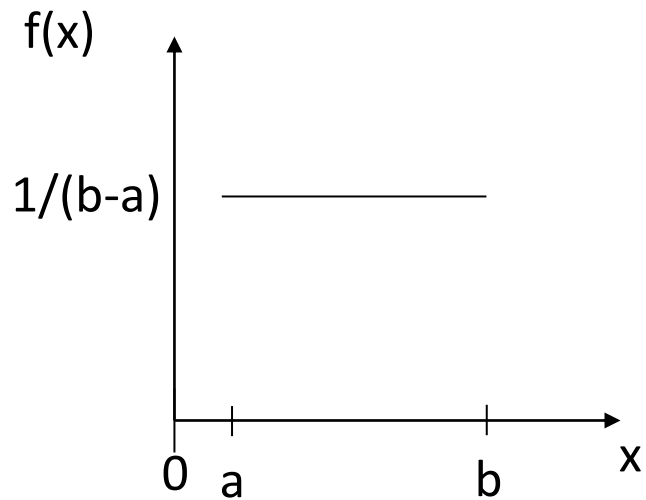


$$E(X) = \frac{a + b}{2}, \text{Var}(X) = \frac{(b - a)^2}{12}$$

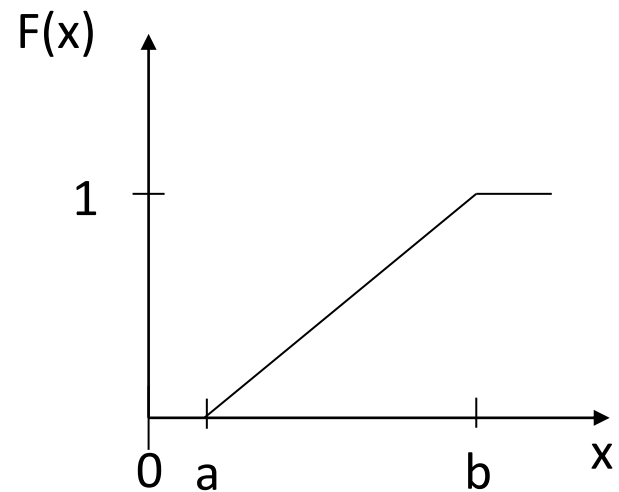


Gleichverteilung

Wahrscheinlichkeitsdichte-
verteilung



Kumulative
Verteilungsfunktion



0.2 - Lufthansa

Lufthansa gibt für den Flug von Chicago nach Frankfurt eine Flugzeit von 8 Stunden und 12 Minuten an. Es wird angenommen, dass die tatsächlichen Flugzeiten gleichverteilt zwischen 7 Stunden 50 Minuten und 8 Stunden 30 Minuten sind.

- b. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Flug mehr als 5 Minuten Verspätung hat?



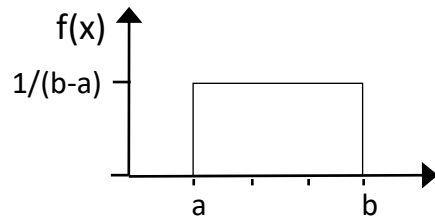
Photo by Eric Karim Cornelis on Unsplash

0.2 - Lufthansa

Lufthansa gibt für den Flug von Chicago nach Frankfurt eine Flugzeit von 8 Stunden und 12 Minuten an. Es wird angenommen, dass die tatsächlichen Flugzeiten gleichverteilt zwischen 7 Stunden 50 Minuten und 8 Stunden 30 Minuten sind.

- c. Wie groß ist der Erwartungswert der Flugzeit? Wie groß ist die Standardabweichung?

Gleichverteilung
zwischen a und b :



$$E(X) = \frac{a+b}{2}, \text{Var}(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

0.3 – Aluminiumbleche

Eine Berliner Montagefirma wurde mit der Erneuerung der Fassade einiger TU Berlin Gebäude beauftragt. Dafür sollen Aluminiumbleche genutzt werden. Die Montagefirma schneidet diese vor der Montage in ihrer Werkstatt. Dabei haben die Bleche eine Durchschnittslänge von 175cm mit einer Standardabweichung von 8 cm. Falls die Bleche eine Länge von 193cm überschreiten, müssen sie nochmals zugeschnitten werden, da diese sonst nicht in den Transporter passen.

- a. Sei X die Länge eines zufällig ausgewählten Aluminiumbleches. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Blech zu groß für den Transport ist ?
- b. Angenommen, die Montagefirma verlangt, dass der Anteil der zugeschnittenen Bleche, die nicht transportiert werden können, bei 5% liegen soll. Was wäre das in diesem Fall anzunehmende Höchstmaß?

Photo by CGL Facades on ArchiExpo

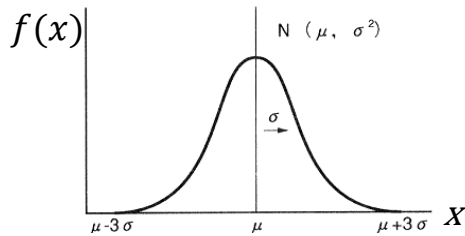
0.3 – Aluminiumbleche

Stetige Zufallsvariablen werden durch ihre **Dichte** $f(x)$ beschrieben. Es gilt:

1. $f(x) \geq 0$ für alle x
2. $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$
3. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$

Die **kumulative Verteilungsfunktion** $F(x) = P(X \leq x)$.

Normalverteilung mit $E(X) = \mu, Var(X) = \sigma^2$

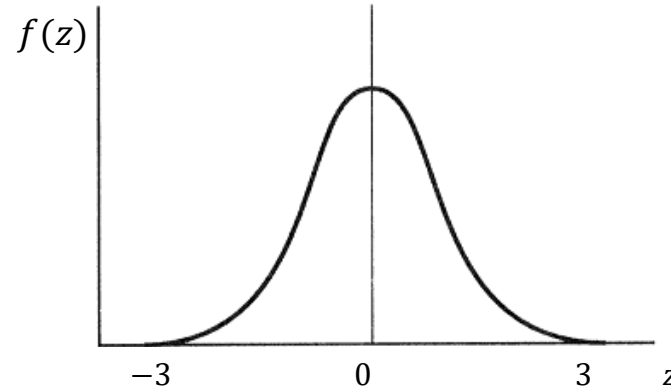


Standardisieren: $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$

Die Standardnormalverteilung:

Dichte:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$



Die Normalverteilung ist nicht analytisch integrierbar. Für die Standardnormalverteilung liegen Tabellen der kumulativen Verteilungsfunktion vor. (→Tabelle, vgl. Buch und ISIS)

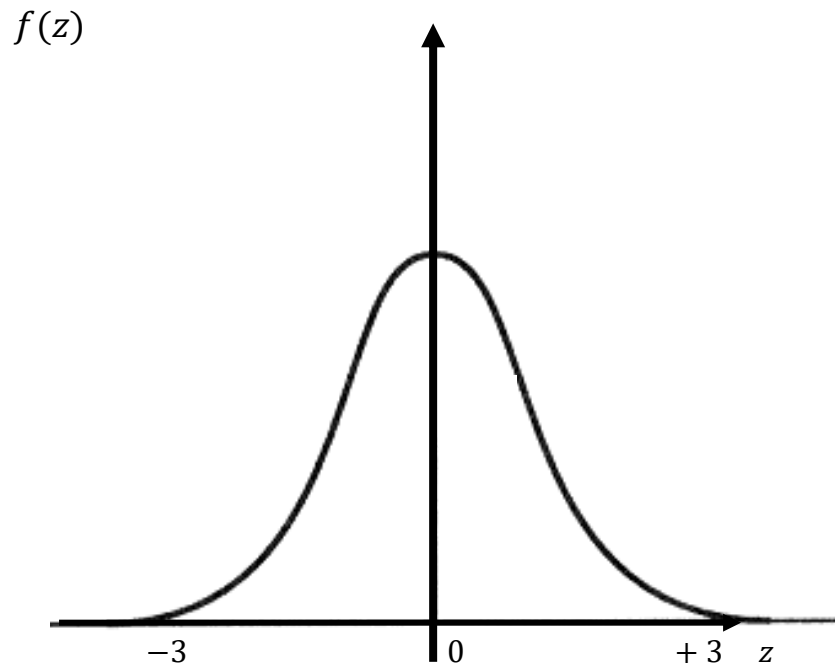
z.B.

$$P(Z \leq 1,65) = 0,950$$

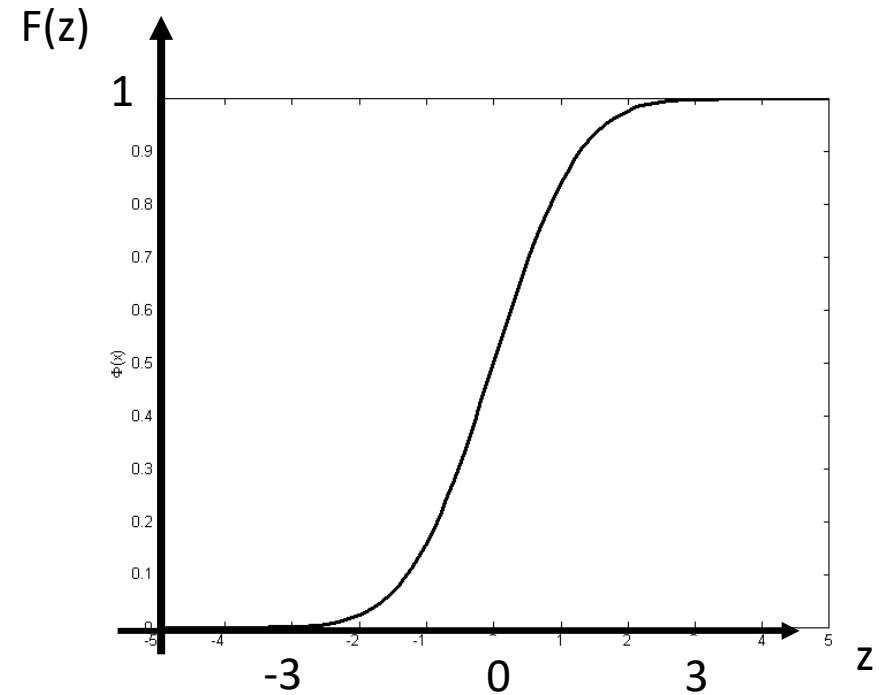
$$P(Z \leq 1,96) = 0,975$$

Standardnormalverteilung

Wahrscheinlichkeitsdichte-
verteilung

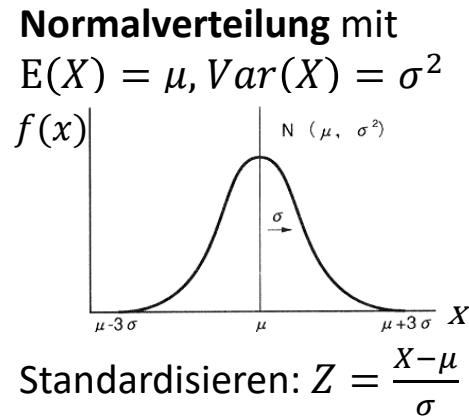


Kumulative
Verteilungsfunktion



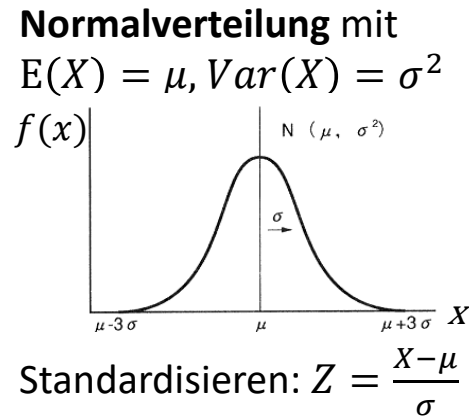
0.3 – Aluminiumbleche

- a. Sei X die Länge eines zufällig ausgewählten Aluminiumbleches. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Blech zu groß für den Transport ist ?



0.3 – Aluminiumbleche

- b. Angenommen, die Montagefirma verlangt, dass der Anteil der zugeschnittenen Bleche, die nicht transportiert werden können, bei 5% liegen soll. Was wäre das in diesem Fall anzunehmende Höchstmaß?



0.3 – Aluminiumbleche

Verteilungsfunktion der Normalverteilung

F(z)	z	F(z)	z	F(z)
0,725747	1,20	0,884930	1,80	0,964070
0,729069	1,21	0,886861	1,81	0,964852
0,732371	1,22	0,888768	1,82	0,965620
0,735653	1,23	0,890651	1,83	0,966375
0,738914	1,24	0,892512	1,84	0,967116
.
.
.
0,841345	1,60	0,945201	2,20	0,986097
0,843752	1,61	0,946301	2,21	0,986447
0,846136	1,62	0,947384	2,22	0,986791
0,848495	1,63	0,948449	2,23	0,987126
0,850830	1,64	0,949497	2,24	0,987455
0,853141	1,65	0,950529	2,25	0,987776
0,855428	1,66	0,951543	2,26	0,988089
0,857690	1,67	0,952540	2,27	0,988396
0,859929	1,68	0,953521	2,28	0,988696

Standardnormalverteilungstabelle siehe ISIS



Fakultät VII Wirtschaft und Management
Fachgebiet Production and Operations Management
Kristian Bänsch
Sekt. FH 4-7, Fraunhoferstr. 33-36, 10587 Berlin



<http://pom.tu-berlin.de>