POM-Basics

Einführung in Produktions- und Dienstleistungsmanagement

Themenblock 1

Modellierung von Produktionsprozessen

Fakultät VII Wirtschaft und Management
Production and Operations Management
Kristian Bänsch

Agenda

- Modellierung von Produktionsprozessen
  - Übung 1.4 – die Bollerwagenproduktion
  - Übung 1.6 – Additive Fertigung ← Zusatzinfo Effizienz
  - Übung 1.7 – Effizienzanalyse Recycling

1.4 – die Bollerwagenproduktion

Ihr Unternehmen stellt zwei verschiedene Bollerwagen-Typen her: den Family-Bollerwagen und den Party-Bollerwagen. Für beide Bollerwagen-Typen werden jeweils vier Räder, zwei Achsen und eine Deichsel benötigt. Darüber hinaus wird für den Family-Bollerwagen 2.5 m² Holz und für den Party-Bollerwagen 1.5 m² Holz verbraucht. In den Family-Bollerwagen werden des Weiteren zwei Kindersitze, in den Party-Bollerwagen eine Getränkehalterung verbaut.

Inputobj. Outputobj.

a. Nennen Sie die relevanten Objektarten sowie die Grundaktivitäten.
b. Zeichnen Sie den I/O-Graphen der Bollerwagenproduktion.
c. Stellen Sie formal die Technikmatrix M auf.
d. Stellen Sie formal Technik T auf unter der Voraussetzung, dass sie additiv ist.

Pixabay.com

1.4 – die Bollerwagenproduktion

a. Nennen Sie die relevanten Objektarten sowie die Grundaktivitäten.

8 Objektarten (6 Inputs, 2 Outputs):

Input:	k = 1: Räder [Stück]
	k = 2: Achsen [Stück]
	k = 3: Deichsel [Stück]
	k = 4: Holz [m²]
	k = 5: Kindersitze [Stück]
	k = 6: Getränkehalter [Stück]
Output:	k = 7: Family-Bollerwagen
	K = 8: Party-Bollerwagen

Grundaktivitäten:

z^1: Herstellung eines Family-BW $\quad z^1=(-4, -2, -1, -2.5, -2, 0, 1, 0)$

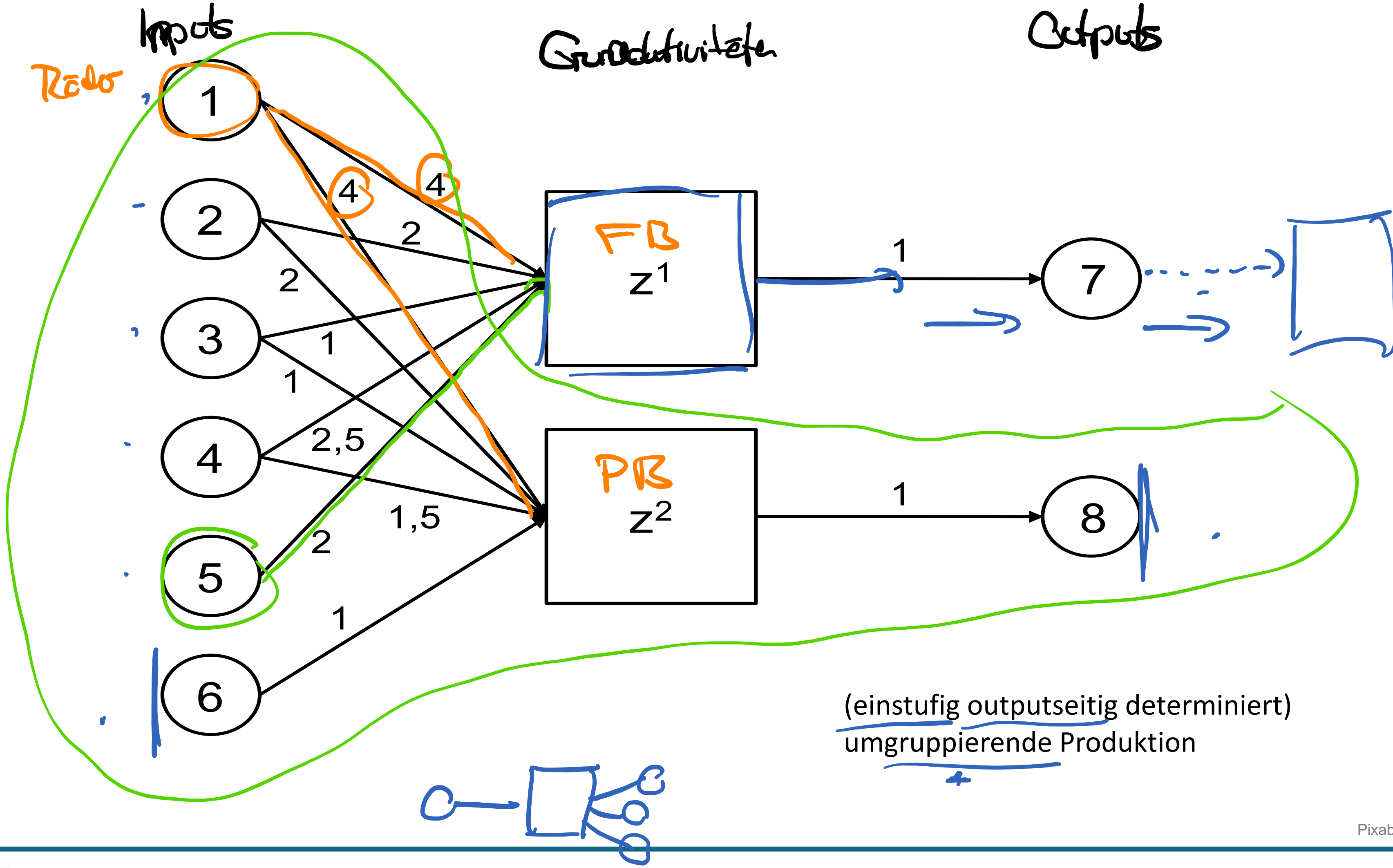
z^2: Herstellung eines Party-BW $\quad z^2=(-4, -2, -1, -1.5, 0, -1, 0, 1)$

Pixabay.com

1.4 – die Bollerwagenproduktion

Pixabay.com

b. Zeichnen Sie den I/O-Grafen der Bollerwagenproduktion.



(einstufig outputseitig determiniert)
umgruppierende Produktion

1.4 – die Bollerwagenproduktion

c. Stellen Sie formal die Technikmatrix M auf.

$$M = \begin{array}{cc} \left(\begin{matrix} -4 & -4 \\ -2 & -2 \\ -1 & -1 \\ -2{,}5 & -1{,}5 \\ -2 & 0 \\ 0 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix}\right) & \begin{matrix} \mathit{Räder} \quad (k=1) \\ \mathit{Achsen} \quad (k=2) \\ \mathit{Deichsel} \quad (k=3) \\ \mathit{Holz} \quad (k=4) \\ \mathit{Kindersitze} \quad (k=5) \\ \mathit{Getränkehalter} \quad (k=6) \\ \mathit{Family-BW} \quad (k=7) \\ \mathit{Party-BW} \quad (k=8) \end{matrix} \\ \begin{matrix} z^1 & \quad & z^2 \end{matrix} & \end{array}$$

Pixabay.com

d. Stellen Sie formal die Technik T auf unter der Voraussetzung, dass sie additiv ist.

$$\Rightarrow \quad T = \{z \in \mathbb{R}^8 \mid z = \overset{3}{\lambda^1} \cdot z^1 + \overset{5}{\lambda^2} \cdot z^2, \quad \lambda^1, \lambda^2 \in \mathbb{N}_0^+\}$$

Prod. Abt.

Pixabay.com

1.4 – die Bollerwagenproduktion

Sie überlegen, wie Sie das Produktionsprogramm für das nächste Jahr auslegen sollen. Die für die Entscheidung relevanten Fertigungs- und Absatzzahlen haben Sie in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

Produkt	Maximale Absatzmenge [Stück]	Lagerbestände für das nächste Jahr [Stück]				
		Räder	Achsen	Deichseln	Kindersitze	Getränkehalter
Family-BW	600	4800	1800	1400	1000	700
Party-BW	550					

Insgesamt stehen Ihnen im nächsten Jahr für die Produktion der beiden Produkte 2100 m² Holz zur Verfügung.

e. Bestimmen Sie formal das Restriktionenfeld *R* sowie den Produktionsraum *Z*.

f. Bestimmen Sie grafisch den Produktionsraum *Z*.

Pixabay.com

1.4 – die Bollerwagenproduktion

e. Bestimmen Sie formal das Restriktionenfeld *R* sowie den Produktionsraum *Z*.

Produkt	Maximale Absatzmenge [Stück]	Lagerbestände für das nächste Jahr [Stück]				
		Räder	Achsen	Deichseln	Kindersitze	Getränkehalter
Family-BW	600	4800	1800	1400	1000	700
Party-BW	550					

Insgesamt stehen Ihnen im nächsten Jahr für die Produktion der beiden Produkte 2100 m² Holz zur Verfügung.

Restriktionenfeld R:

$$R = \left\{ z \in \mathbb{R}^8 \,\middle|\, z^{min} = \begin{pmatrix} -4800 \\ -1800 \\ -1400 \\ -2100 \\ -1000 \\ -700 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \le \boxed{z} \le \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 600 \\ 550 \end{pmatrix} = z^{max} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{Räder} \\ \text{Achsen} \\ \text{Deichseln} \\ \text{Holz} \\ \text{Kindersitze} \\ \text{Getränkehalter} \\ \text{Family-BW} \\ \text{Party-BW} \end{array}$$

Pixabay.com

e. Bestimmen Sie formal das Restriktionenfeld *R* sowie den Produktionsraum *Z*.

Restriktionenfeld R:

$$R = \left\{ z \epsilon \mathbb{R}^8 \;\middle|\; z^{min} = \begin{pmatrix} -4800 \\ -1800 \\ -1400 \\ -2100 \\ -1000 \\ -700 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \leq z \leq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 600 \\ 550 \end{pmatrix} = z^{max} \right\} \begin{matrix} \text{Räder} \\ \text{Achsen} \\ \text{Deichseln} \\ \text{Holz} \\ \text{Kindersitze} \\ \text{Getränkehalter} \\ \text{Family-BW} \\ \text{Party-BW} \end{matrix}$$

Produktionsraum Z = T ∩ R:

+4800

Grundaktivitäten

+4λ1

$$Z = \left\{ z \epsilon \mathbb{R}^8 \;\middle|\; \underbrace{\begin{pmatrix} -4800 \\ -1800 \\ -1400 \\ -2100 \\ -1000 \\ -700 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}}_{z_{min}} \leq z = \lambda^1 \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ -1 \\ -2{,}5 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}}_{\text{Prod. Akt.}} + \lambda^2 \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ -1 \\ -1{,}5 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \leq \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 600 \\ 550 \end{pmatrix}}_{z_{max}}, mit\ \lambda^1, \lambda^2 \epsilon \mathbb{N}_0^+ \right\}$$

1.4 – die Bollerwagenproduktion

f. Bestimmen Sie grafisch den Produktionsraum Z.

Schritt 1: Formulierung als algebraische Ungleichungen

Rest.

(I)	x_1	$= 4\lambda^1$	$+$	$4\lambda^2$	$\leq$	4800	Räder
(II)	x_2	$= 2\lambda^1$	$+$	$2\lambda^2$	$\leq$	1800	Achsen
(III)	x_3	$= \lambda^1$	$+$	λ^2	$\leq$	1400	Deichseln
(IV)	x_4	$= 2.5\lambda^1$	$+$	$1.5\lambda^2$	$\leq$	2100	Holz
(V)	x_5	$= 2\lambda^1$			$\leq$	1000	Kindersitze
(VI)	x_6	$=$		λ^2	$\leq$	700	Getränkehalter
(VII)	y_{Family}	$= \lambda^1$			$\leq$	600	Family-BW
(VIII)	y_{Party}	$=$		λ^2	$\leq$	550	Party-BW
(IX)	y_{Family}				$\geq$	0	Family-BW
(X)	y_{Party}				$\geq$	0	Party-BW

Pixabay.com

f. Bestimmen Sie grafisch den Produktionsraum Z.

Schritt 2: Substitution der Aktivitätsniveaus ($y_{Family} = \lambda^1$, $y_{Party} = \lambda^2$):

(I)	x_1	=	$4\ y_{Family}$	+	$\boxed{4\ y_{Party}}$	≤	4800	Räder $-4\ y_{Party}$
(II)	x_2	=	$2\ y_{Family}$	+	$2\ y_{Party}$	≤	1800	Achsen
(III)	x_3	=	$1\ y_{Family}$	+	$1\ y_{Party}$	≤	1400	Deichseln
(IV)	x_4	=	$2{,}5\ y_{Family}$	+	$1{,}5\ y_{Party}$	≤	2100	Holz
(V)	x_5	=	$2\ y_{Family}$			≤	1000	Kindersitze
(VI)	x_6	=			$1\ y_{Party}$	≤	700	Getränkehalter
(VII)	y_{Family}					≤	600	Family-BW
(VIII)	y_{Party}					≤	550	Party-BW
			y_{Family}, y_{Party}			≥	0	

$4y_F \leq 4800 - 4y_P \quad / :4$

$y_F \leq 1200 - y_P$

$f(x) = n - mx$

Pixabay.com

1.4 – die Bollerwagenproduktion

f. Bestimmen Sie grafisch den Produktionsraum Z.

Schritt 3: Umformung

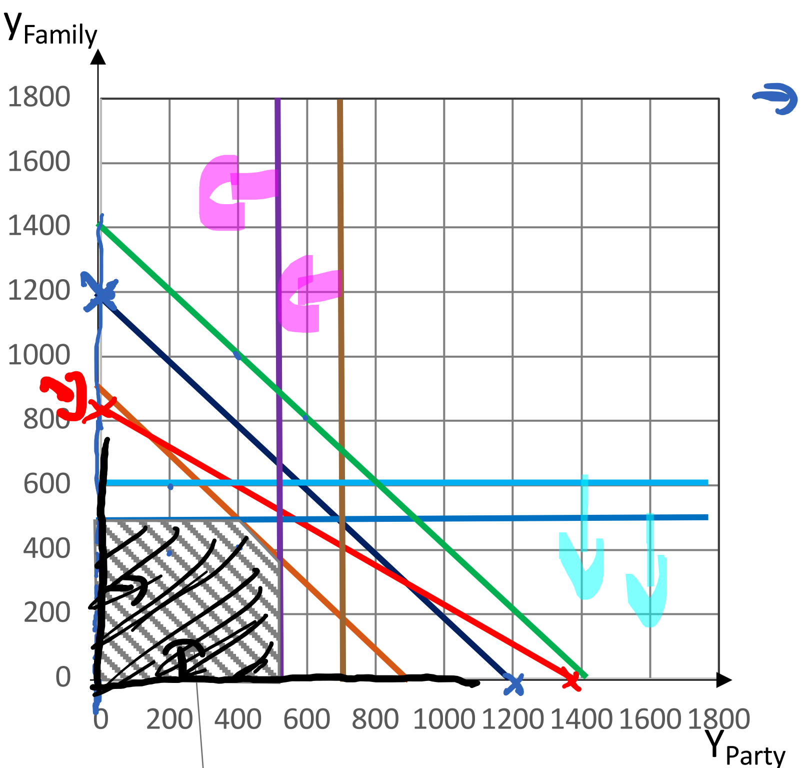
(I)	y_{Family} +	$\leq$	$1200 - y_{Party}$	Räder
(II)	y_{Family} +	$\leq$	$900 - y_{Party}$	Achsen
(III)	y_{Family} +	$\leq$	$1400 - y_{Party}$	Deichseln
(IV)	y_{Family} +	$\leq$	$840 - 0{,}6\ y_{Party}$	Holz
(V)	y_{Family}	$\leq$	500	Kindersitze
(VI)	y_{Party}	$\leq$	700	Getränkehalter
(VII)	y_{Family}	$\leq$	600	Family-BW
(VIII)	y_{Party}	$\leq$	550	Party-BW
	y_{Family}, y_{Party}	$\geq$	0	

Pixabay.com

f. Bestimmen Sie grafisch den Produktionsraum Z.

$y_P = 0$
$y_F = 0$

Schritt 4: Einzeichnen im Koordinatensystem (Output/Output-Diagramm)



Produktionsraum

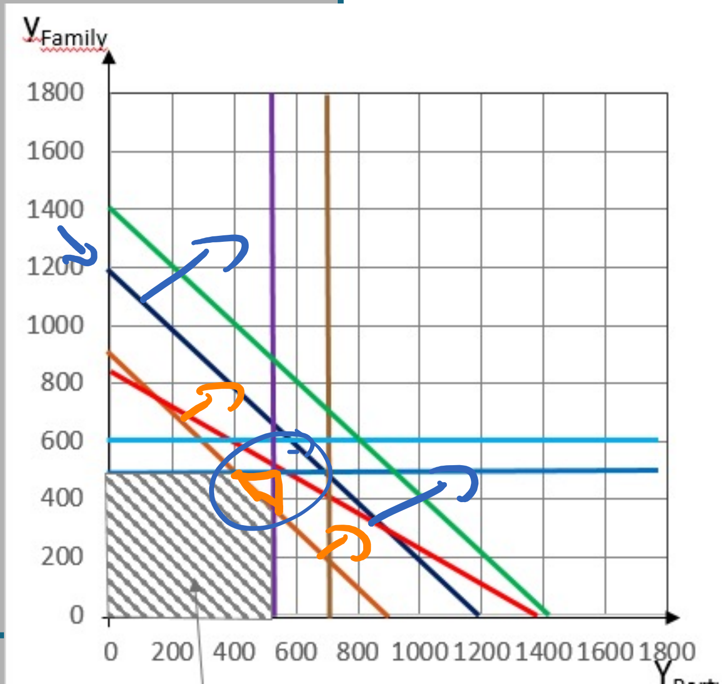
(I)	y_{Family}	$\boxed{\leq}$	$1200 - y_{Party}$	Räder
(II)	y_{Family}	$\leq$	$900 - y_{Party}$	Achsen
(III)	y_{Family}	$\leq$	$1400 - y_{Party}$	Deichseln
(IV)	y_{Family}	$\leq$	$840 - 0{,}6\, y_{Party}$	Holz
(V)	y_{Family}	$\leq$	500	Kindersitze
(VI)	y_{Party}	$\leq$	700	Getränkehalter
(VII)	y_{Family}	$\leq$	600	Family-BW
(VIII)	y_{Party}	$\leq$	550	Party-BW
	y_{Family}, y_{Party}	$\geq$	0	

Pixabay.com

Veränderung des Produktionsraumes

- Wie verändert sich der Produktionsraum Z, wenn mehr Räder für die Produktion der beiden Wagen zur Verfügung stehen?

- Wie verändert sich der Produktionsraum Z, wenn mehr Achsen für die Produktion der beiden Wagen zur Verfügung stehen?



(I)	y_{Family}	$\leq$	$1200 - y_{Party}$	Räder
(II)	y_{Family}	$\leq$	$900 - y_{Party}$	Achsen
(III)	y_{Family}	$\leq$	$1400 - y_{Party}$	Deichseln
(IV)	y_{Family}	$\leq$	$840 - 0{,}6\ y_{Party}$	Holz
(V)	y_{Family}	$\leq$	500	Kindersitze
(VI)	y_{Party}	$\leq$	700	Getränkehalter
(VII)	y_{Family}	$\leq$	600	Family-BW
(VIII)	y_{Party}	$\leq$	550	
y_{Family}, y_{Party}		$\geq$	0	Party-BW

1.6 – Additive Fertigung

Gegeben sei die Prozesskette zur Herstellung von Bauteilen mit Hilfe des „Selektiven Laserschmelzens“, auch 3D-Druck genannt.

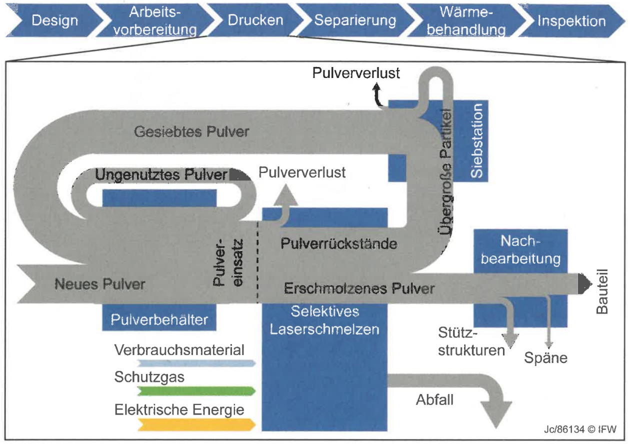
a. Zeichnen Sie den I/O Graphen des 3D-Druckprozesses. Welche Informationen benötigen Sie hierfür?

b. Charakterisieren Sie die abgebildete Produktion hinsichtlich Stufigkeit und Strukturtyp sowie sonstiger Besonderheiten.

c. Stellen Sie formal die Technikmatrix M auf.

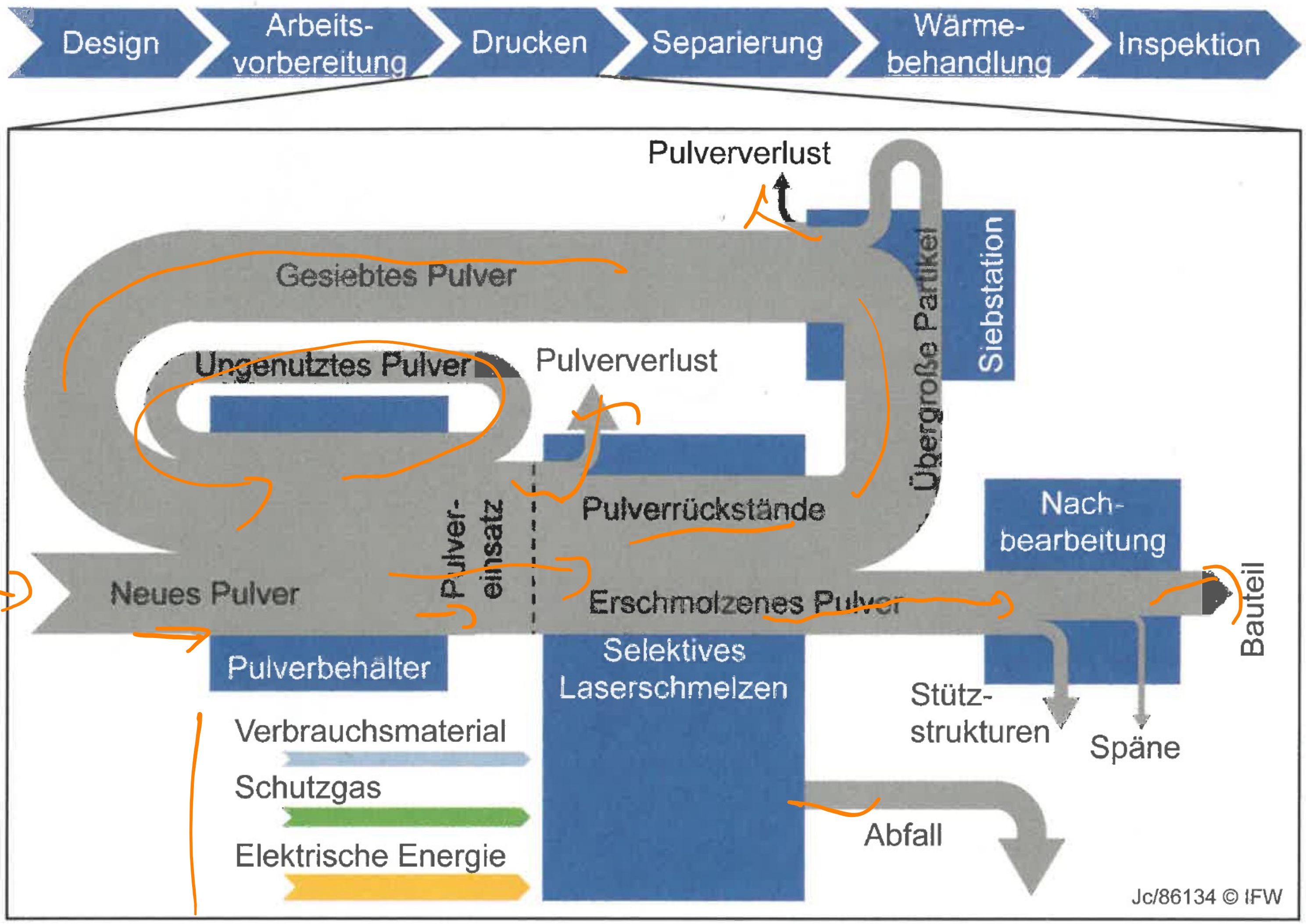
d. Stellen Sie formal die Technik T auf.

e. Stellen Sie das algebraische Modell in x/y-Schreibweise unter der Annahme dass Zwischenprodukte zugekauft und veräußert werden können auf.



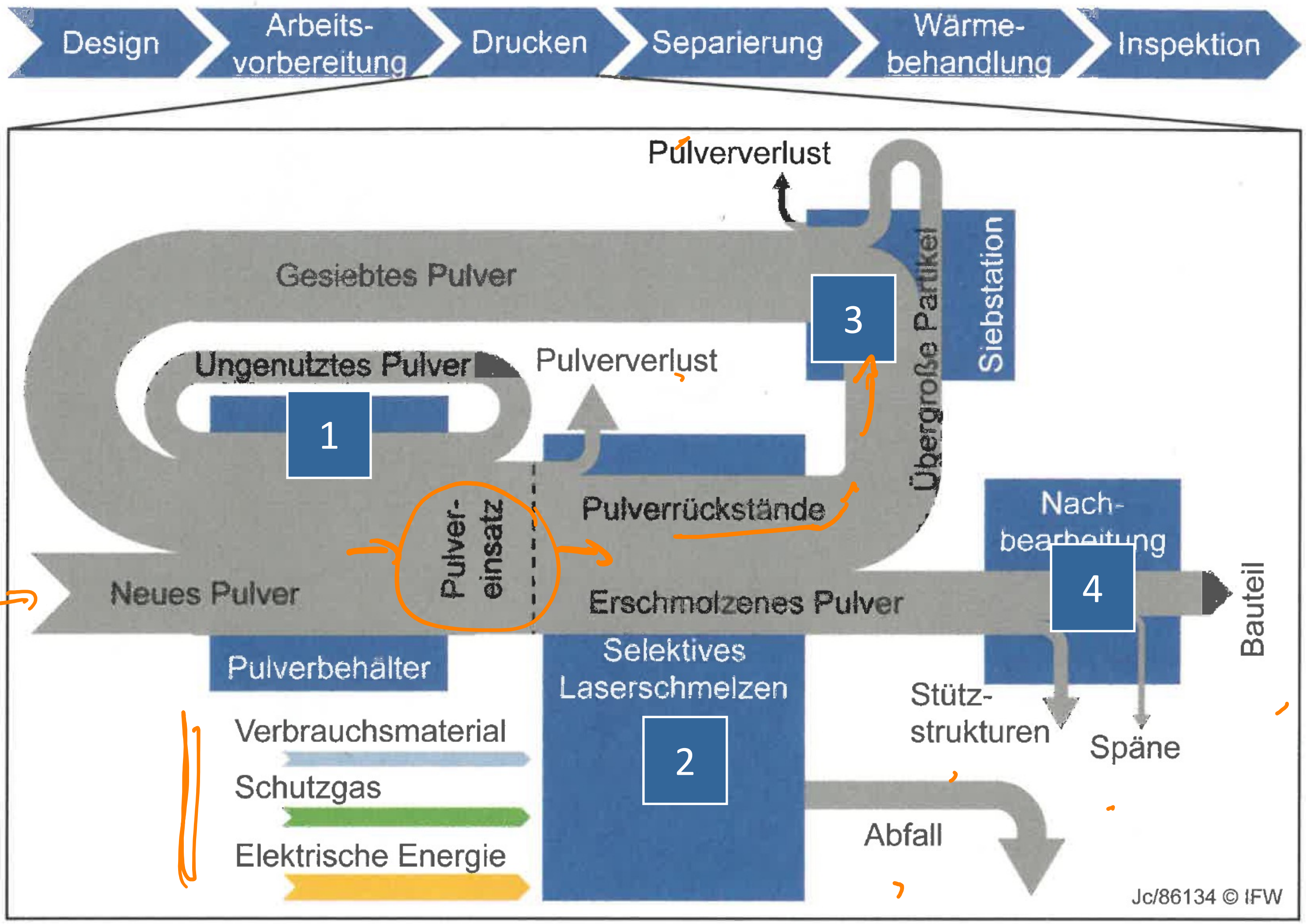
f. ~~Gehen Sie davon aus, dass der Prozess die Herstellung einer Charge abbildet. Eine Charge wiederum enthält 14 Bauteile. Ein Bauteil kann für 20€ verkauft werden, alle originären Einsatzfaktoren kosten 1€ je Einheit. Bestimmen Sie den Gewinn je Bauteil.~~

1.6 – Additive Fertigung



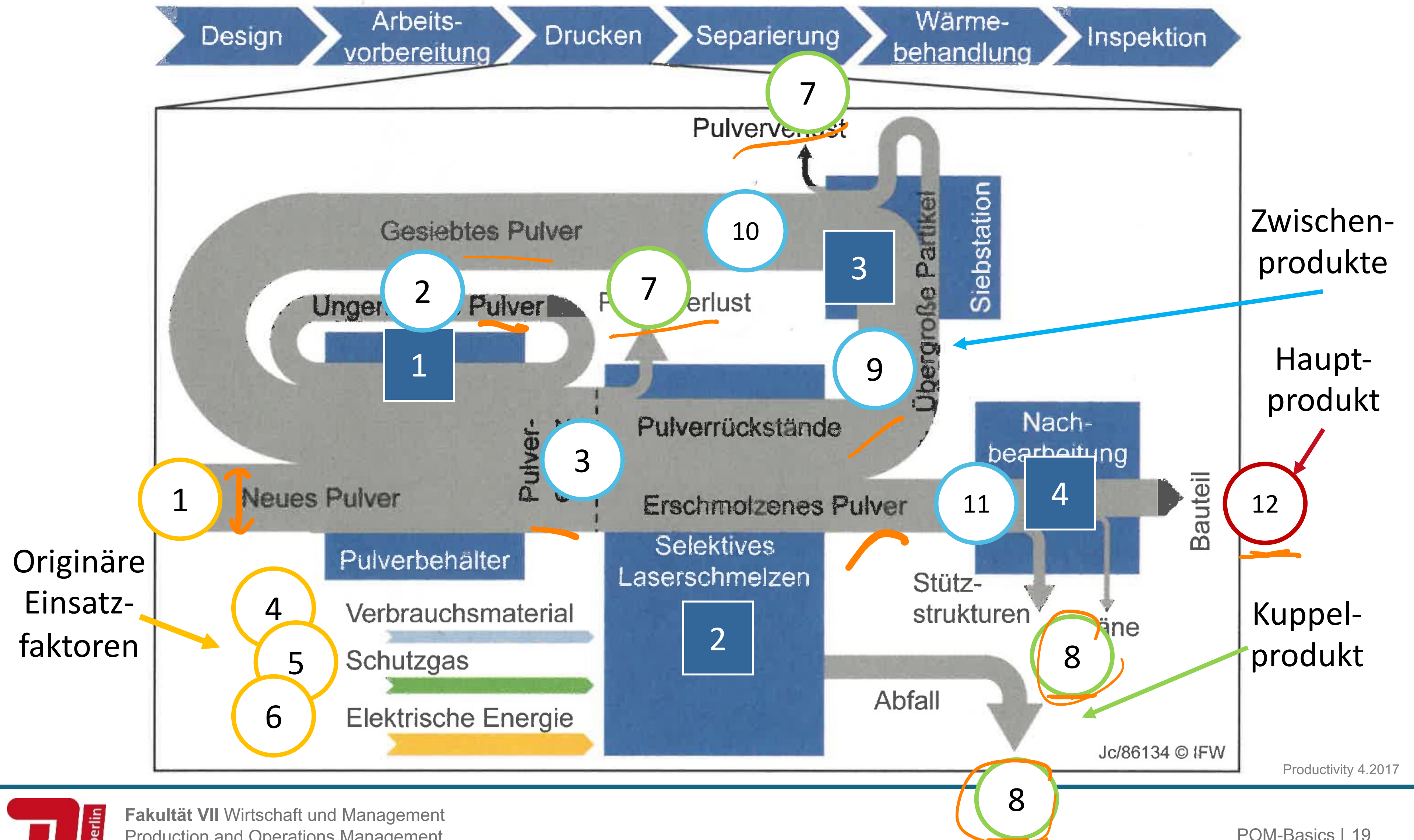
Productivity 4.2017

1.6 – Additive Fertigung: Bestimmen der Aktivitäten



Productivity 4.2017

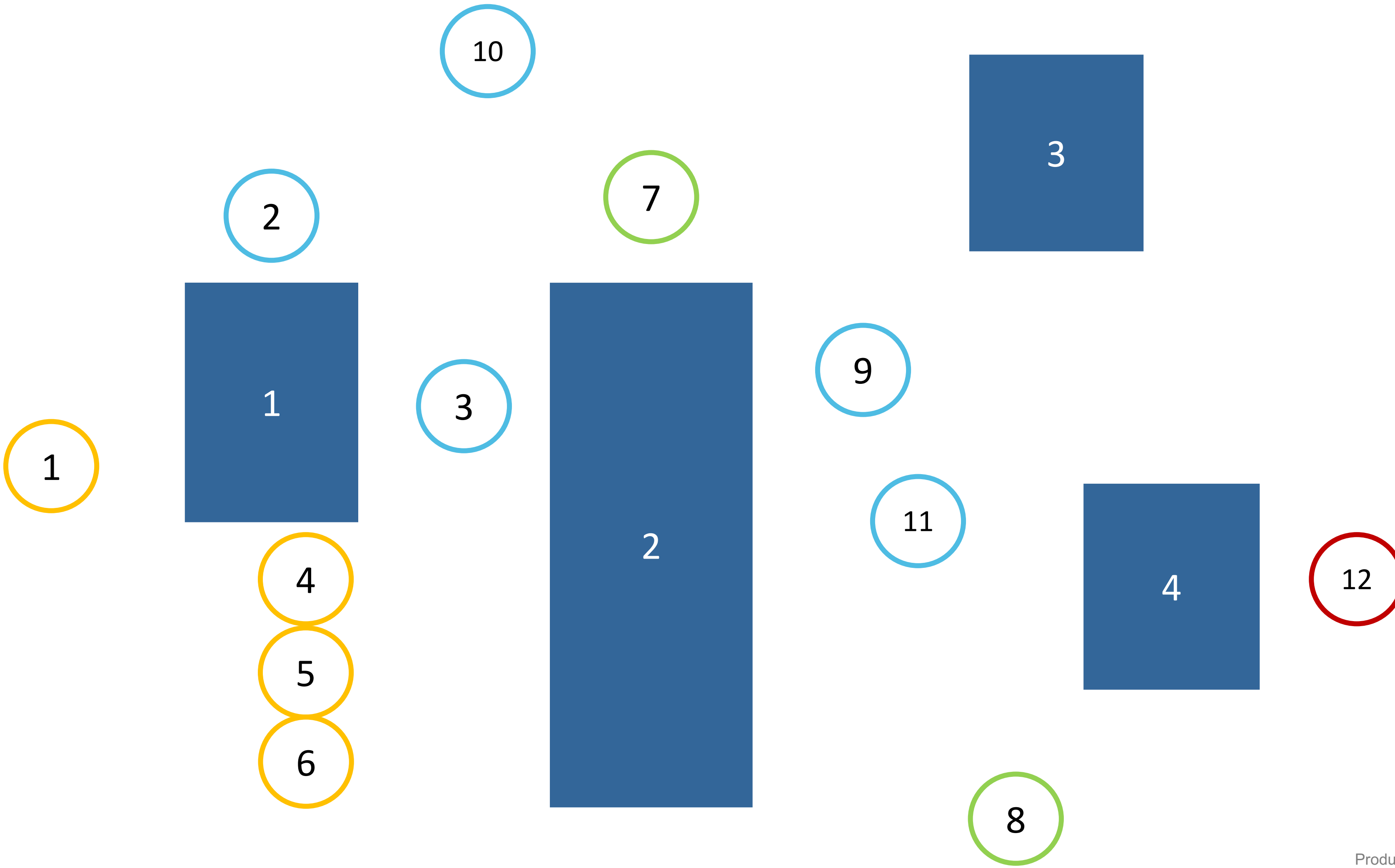
1.6 – Additive Fertigung: Bestimmen der Produkte



Productivity 4.2017

1.6 – Additive Fertigung: Bestimmen der Verbindungen

a. Zeichnen Sie den I/O Graphen des 3D-Druckprozesses.

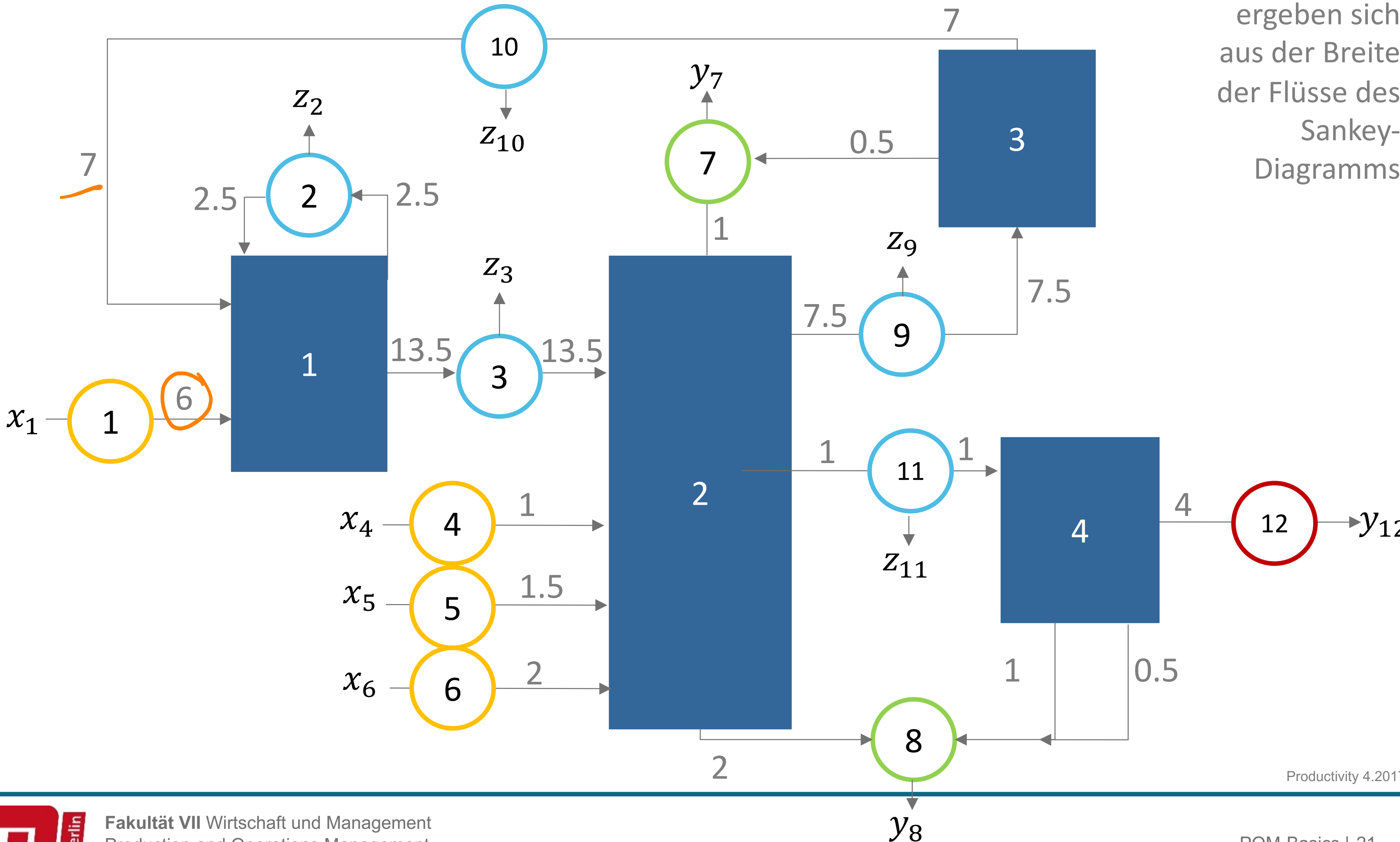


Productivity 4.2017

1.6 – Additive Fertigung: Bestimmen der Mengen

a. Zeichnen Sie den I/O Graphen des 3D-Druckprozesses.

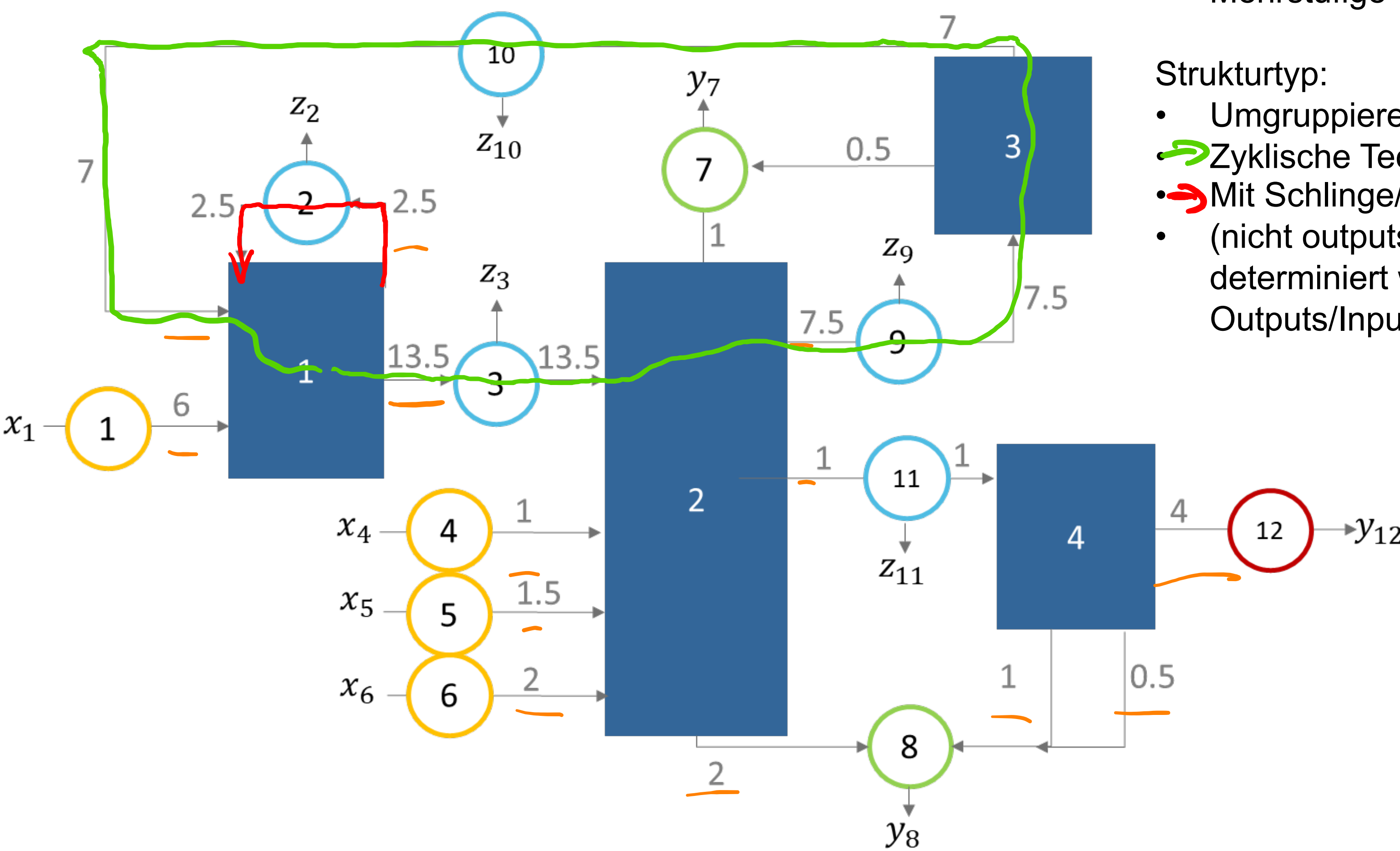
Mengen ergeben sich aus der Breite der Flüsse des Sankey-Diagramms



Productivity 4.2017

1.6 – Additive Fertigung

b. Charakterisieren Sie die abgebildete Produktion hinsichtlich Stufigkeit und Strukturtyp sowie sonstiger Besonderheiten.



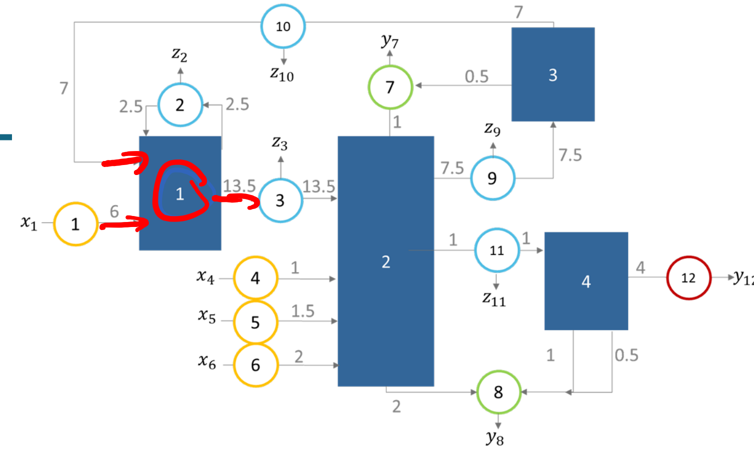
Stufigkeit:

- Mehrstufige Technik

Strukturtyp:

- Umgruppierende Struktur
- Zyklische Technik
- Mit Schlinge/Schleife
- (nicht outputseitig/inputseitig determiniert weil zB z^2 4 Outputs/Inputs

1.6 – Additive Fertigung



c. Stellen Sie formal die Technikmatrix M auf.

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccc} z^1 & z^2 & z^3 & z^4 \end{array} \\
M = & \begin{pmatrix}
-6 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
13.5 & -13.5 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 0 \\
0 & -1.5 & 0 & 0 \\
0 & -2 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0.5 & 0 \\
0 & 2 & 0 & 1.5 \\
0 & 7.5 & -7.5 & 0 \\
-7 & 0 & 7 & 0 \\
0 & 1 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 4
\end{pmatrix}
\end{array}
$$

n=1 Neues Pulver

n=2 Ungenutztes Pulver

n=3 Pulvereinsatz

n=4 Verbrauchsmaterial

n=5 Schutzgas

n=6 Elektr. Energie

n=7 Pulververlust

n=8 Abfall

n=9 Pulverrückstände

n=10 gesiebtes Pulver

n=11 erschmolzenes Pulver (Charge)

n=12 Bauteil

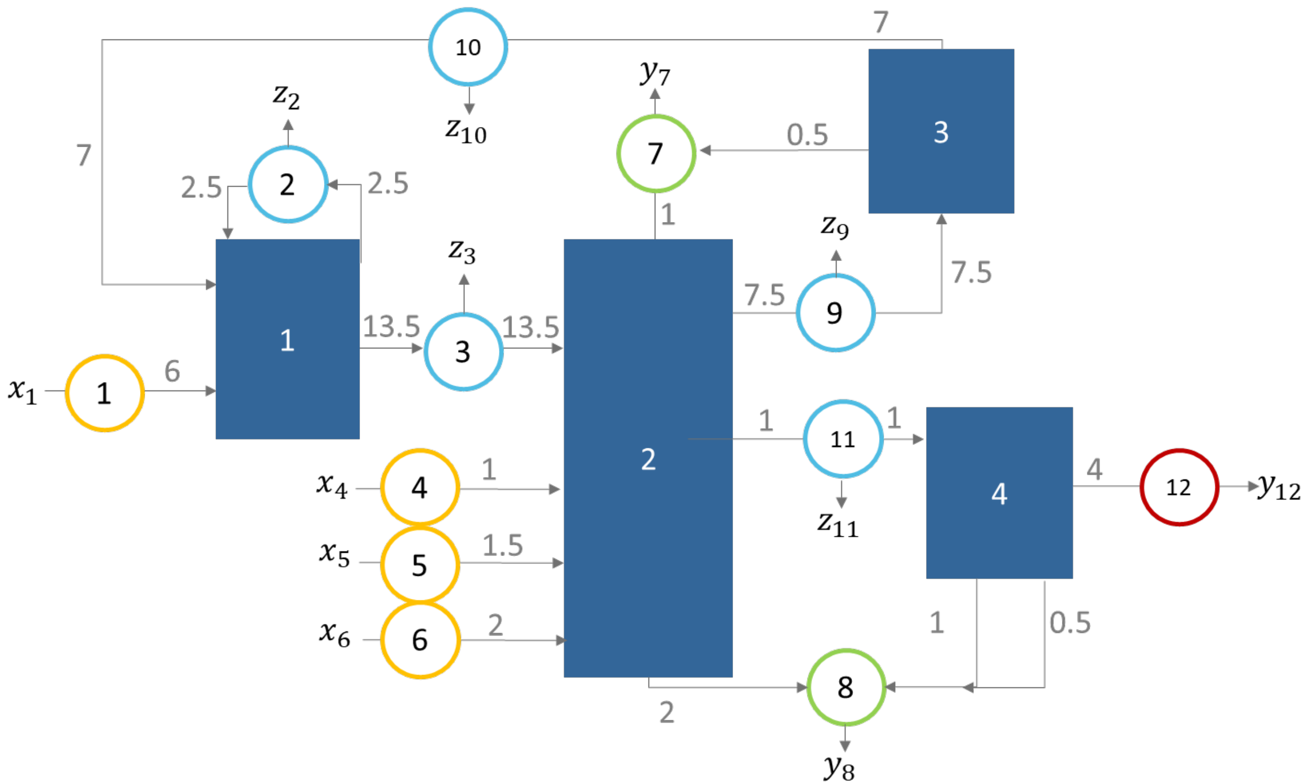
Productivity 4.2017

1.6 – Additive Fertigung

d. Stellen Sie formal die Technik T auf.

$$T = \{z \in \mathbb{R}^{12} \mid z = \underline{M * \lambda}, \quad \text{mit } \lambda^1, \lambda^2, \lambda^3, \lambda^4 \in \underline{\mathbb{N}_0^+}\}$$

$= \lambda^1 \cdot z^1 + \lambda^2 \cdot z \ldots$



Productivity 4.2017

e. Stellen Sie das algebraische Modell in x/y-Schreibweise auf.

Input | Output

Inputs

$$
\begin{aligned}
x_1 &= 6\lambda^1 \\
x_4 &= \lambda^2 \\
x_5 &= 1.5\,\lambda^2 \\
x_6 &= 2\,\lambda^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
x_3 + 13.5\,\lambda^1 &= 13.5\lambda^2 + y_3 \\
x_9 + 7.5\,\lambda^2 &= 7.5\lambda^3 + y_9 \\
x_{11} + \lambda^2 &= \lambda^4 + y_{11} \\
x_{10} + 7\lambda^1 &= 7\lambda^3 + y_{10}
\end{aligned}
$$

$|-x_3 \;|-13{,}5\lambda^2$

7u.R.

$$
\begin{aligned}
\lambda^2 + 0.5\lambda^3 &= \boxed{y_7} \\
2\lambda^2 + 1.5\lambda^4 &= y_8
\end{aligned}
$$

$$
4\lambda^4 = \boxed{y_{12}}
$$

Outputs

$$
M = \begin{pmatrix}
-6 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
13.5 & 13.5 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 0 \\
0 & -1.5 & 0 & 0 \\
0 & -2 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0.5 & 0 \\
0 & 2 & 0 & 1.5 \\
0 & 7.5 & -7.5 & 0 \\
-7 & 0 & 7 & 0 \\
0 & 1 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 4
\end{pmatrix}
$$

Productivity 4.2017

1.6 – Additive Fertigung

e. Stellen Sie das algebraische Modell in x/y-Schreibweise auf.

Pulverbett

1, 2, 3, ...

$$
\begin{aligned}
x_1 &= 6\lambda^1 \\
x_4 &= \lambda^2 \\
x_5 &= 1.5\,\lambda^2 \\
x_6 &= 2\,\lambda^2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
z_3 &= 13.5\,\lambda^1 - 13.5\,\lambda^2 \\
z_9 &= 7.5\lambda^2 - 7.5\lambda^3 \\
z_{11} &= \lambda^2 - \lambda^4 \\
z_{10} &= -7\lambda^1 + 7\lambda^3
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\lambda^2 + 0.5\lambda^3 &= y_7 \\
2\lambda^2 + 1.5\lambda^4 &= y_8
\end{aligned}
$$

$$
4\lambda^4 = y_{12}
$$

$$
M = \begin{pmatrix}
-6 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 \\
13.5 & -13.5 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 0 \\
0 & -1.5 & 0 & 0 \\
0 & -2 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0.5 & 0 \\
0 & 2 & 0 & 1.5 \\
0 & 7.5 & -7.5 & 0 \\
-7 & 0 & 7 & 0 \\
0 & 1 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 4
\end{pmatrix}
$$

$$
\boxed{z_n = y_n - x_n}
$$

Fakultät VII Wirtschaft und Management
Production and Operations Management
Kristian Bänsch

Vertiefung Effizienzanalyse

Muss immer normiert werden? - Ja

Ein offensichtliches Beispiel (alle Objektarten erwünscht)

$$z^1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} > \\ < \\ < \end{matrix} \quad z^2 = \begin{pmatrix} -100 \\ 20 \\ 30 \end{pmatrix}$$

$:100$

Kann wirklich keine Aussage getroffen werden?

Nach Normierung (auf Input):

$$z^1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} = \\ > \\ > \end{matrix} \quad z^2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0{,}2 \\ 0{,}3 \end{pmatrix}$$

Wichtiger bei weniger offensichtlichen Beispielen (alle Objektarten erwünscht):

$$z^1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad z^2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}$$

oder

$$z^1 = \begin{pmatrix} -650 \\ 520 \\ 715 \end{pmatrix} \qquad z^2 = \begin{pmatrix} -570 \\ 513 \\ 741 \end{pmatrix}$$

Fakultät VII Wirtschaft und Management
Production and Operations Management
Kristian Bänsch

Auf welche Objektart wird normiert?

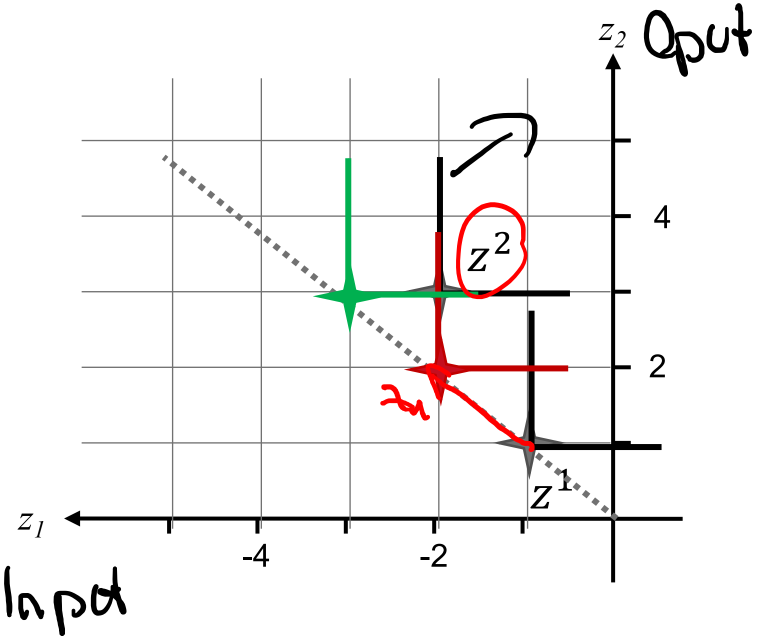
Nicht alle Normierungen sind erlaubt! Ein grafisches Beispiel:

$z^1 \cdot 3 = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = z_2$

$z^1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad z^2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$z^1 \cdot 2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = z^2$

Fall 1: z_1 und z_2 erwünscht



Normierung auf z_1 $\qquad$ z^2 dominiert z^1

Normierung auf z_2 $\qquad$ z^2 dominiert z^1

Erlaubt!

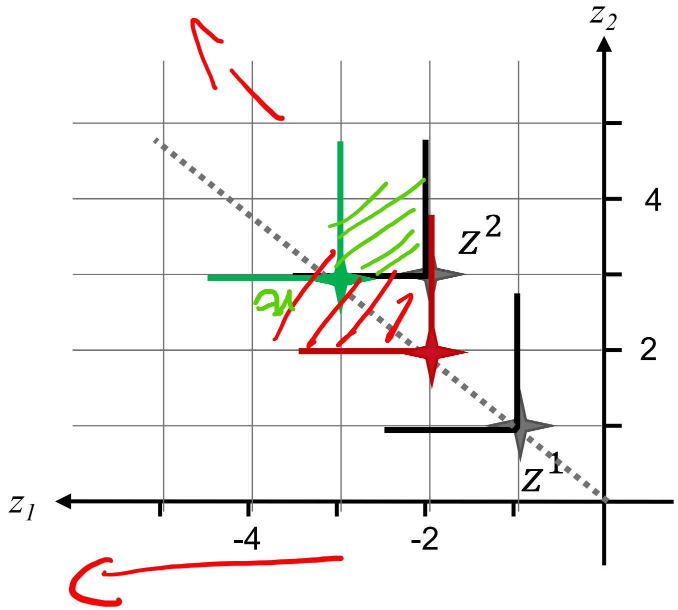
Auf welche Objektart wird normiert?

Nicht alle Normierungen sind erlaubt! Ein grafisches Beispiel:

$z^1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad$ $z^2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$z^1 \cdot 2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = z^2$ $\quad$ $z^1 \cdot 3 = \begin{pmatrix} \boxed{-3} \\ 3 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = z^2$

Fall 2: $\boldsymbol{z_1}$ ***ist unerwünscht***, z_2 erwünscht



Normierung auf z_1 $\quad$ z^2 *dominiert* z^1

Normierung auf z_2 $\quad$ z^1 *dominiert* z^2

Nicht erlaubt! – Wie kann das sein?

Auf welche Objektart wird normiert?

Vorüberlegung: stellen die Objektarten Aufwände oder Erträge für die Produktion dar?

Input / Output	Erwünscht / Unerwünscht	Ertrag / Aufwand	Beispiel
Input	Erwünscht	Aufwand	Elektrizität (Kostet Geld im Einkauf)
Output	Erwünscht	Ertrag	Endprodukt (Bringt Erlöse im Verkauf)
Input	Unerwünscht	Ertrag	Schrott, der in der Produktion recycelt wird (Spart Entsorgungskosten)
Output	Unerwünscht	Aufwand	CO_2 Emissionen (CO_2 Zertifikate müssen gekauft werden)

Auf welche Objektart wird normiert?

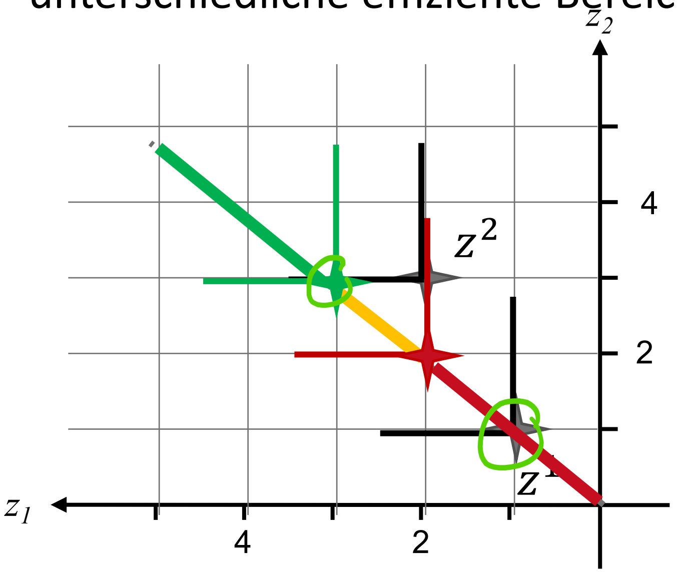
Fall 2: $\boldsymbol{z_1}$ ***ist unerwünscht***, z_2 erwünscht

Ertrag

$$z^1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} \;\overset{=}{<}\; \boldsymbol{z^2} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{-2} \\ \boldsymbol{3} \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{z^1} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{-3} \\ \boldsymbol{3} \end{pmatrix} \;\underset{=}{<}\; z^2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Ertrag

Im Beispiel vergleichen wir Erträge mit Erträgen. Je nach Aktivitätsniveau ergeben sich unterschiedliche effiziente Bereiche.



z^2 „*effizient*“

beide „*effizient*“

z^1 „*effizient*“

Eine Aussage über die Produktion ist hier nicht ohne weitere Informationen möglich. Die Effizienzanalyse ist nicht anwendbar. Welche Regeln lassen sich daraus ableiten?

Auf welche Objektart wird normiert?

1) Es wird immer auf das einzige Objekt normiert, das einen Ertrag darstellt, wenn alle anderen Objekte Aufwände sind.

$$z^1 = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \qquad z^2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

input	*erwünscht*	*Aufwand*
output	*erwünscht*	*Ertrag*
output	*unerwünscht*	*Aufwand*

→ Normierung auf z_2 $\quad z^1 = \begin{pmatrix} -0{,}6 \\ 1 \\ 1{,}2 \end{pmatrix} \begin{matrix} < \\ = \\ > \end{matrix} z^2 = \begin{pmatrix} -0{,}5 \\ 1 \\ 0{,}75 \end{pmatrix}$ $\quad$ *z_2 dominiert z_1*

2) Es wird immer auf das einzige Objekt normiert, das einen Aufwand darstellt, wenn alle anderen Objekte Erträge sind.

$$z^1 = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 0{,}5 \end{pmatrix} \qquad z^2 = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} \; / :4$$

input	*erwünscht*	*Aufwand*
input	*unerwünscht*	*Ertrag*
output	*erwünscht*	*Ertrag*

→ Normierung auf z_1 $\quad z^1 = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 0{,}5 \end{pmatrix} \begin{matrix} = \\ < \\ > \end{matrix} z^2 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0{,}25 \end{pmatrix}$ $\quad$ *z_1 dominiert z_2*

In allen anderen Fällen kann keine Normierung vorgenommen werden!

1.7 – Effizienzanalyse Recyling

Ein Recyclingunternehmen kauft vorsortierten Plastikmüll (in Tonnen) ein und hat drei Alternativen der Verwertung um industrielle Plastikpellets herzustellen (in 100 kg). Gegeben sind die folgenden drei Aktivitäten der Technik $T=\{z^1, z^2, z^3\}$:

$$\underline{z}^1 = \begin{pmatrix} -1{,}5 \\ -2{,}5 \\ \boxed{0{,}5} \end{pmatrix} \qquad \underline{z}^2 = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \underline{z}^3 = \begin{pmatrix} -8 \\ -8 \\ 2 \end{pmatrix}$$

a. Untersuchen Sie die drei Aktivitäten der Technik $T=\{z^1, z^2, z^3\}$ jeweils paarweise auf Dominanz. Gehen Sie dabei davon aus, dass alle In- und Outputobjektarten erwünscht sind.

b. Zeichnen Sie die drei Aktivitäten in ein zweidimensionales Diagramm ein und kennzeichnen Sie den effizienten Rand der Technik. Gehen Sie dabei davon aus, dass alle In- und Outputobjektarten erwünscht sind.

c. Das Unternehmen hat eine Sortiermaschine erworben und kann nun unsortierten Müll (gegen eine Gebühr) recyclen. Wie verändert sich der effiziente Rand, wenn beide Inputobjektarten unerwünscht sind. Die Outputobjektart bleibt erwünscht.

d. Nehmen Sie an, dass auch sämtliche Konvexkombinationen dieser drei Aktivitäten zur betrachteten Technik gehören. Welche Aussagen können Sie nun über den effizienten Rand treffen? Die Inputobjektarten 1 und 2 sind weiterhin unerwünscht, Outputobjektart 3 ist erwünscht.

$$z^1 = \begin{pmatrix} -1{,}5 \\ -2{,}5 \\ 0{,}5 \end{pmatrix} \cdot 4 \qquad z^2 = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot 2 \qquad z^3 = \begin{pmatrix} -8 \\ -8 \\ 2 \end{pmatrix}$$

a. Untersuchen Sie die drei Aktivitäten der Technik $T=\{z^1, z^2, z^3\}$ jeweils paarweise auf Dominanz. Gehen Sie dabei davon aus, dass alle In- und Outputobjektarten erwünscht sind.

1. Schritt Normierung:

$$z^1 = \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot 2 \qquad z^2 = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot 1 \qquad z^3 = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot 0{,}5$$

2. Schritt Untersuchung auf paarweise Dominanz:

$$z^1 = \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} = \\ \leq + \\ = \end{matrix} \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} = z^2$$

→ Dominanzrelation: z^2 dominiert z^1

$$z^2 = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} + \geq \\ + \geq \\ = \end{matrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} = z^3$$

→ Dominanzrelation: z^2 dominiert z^3

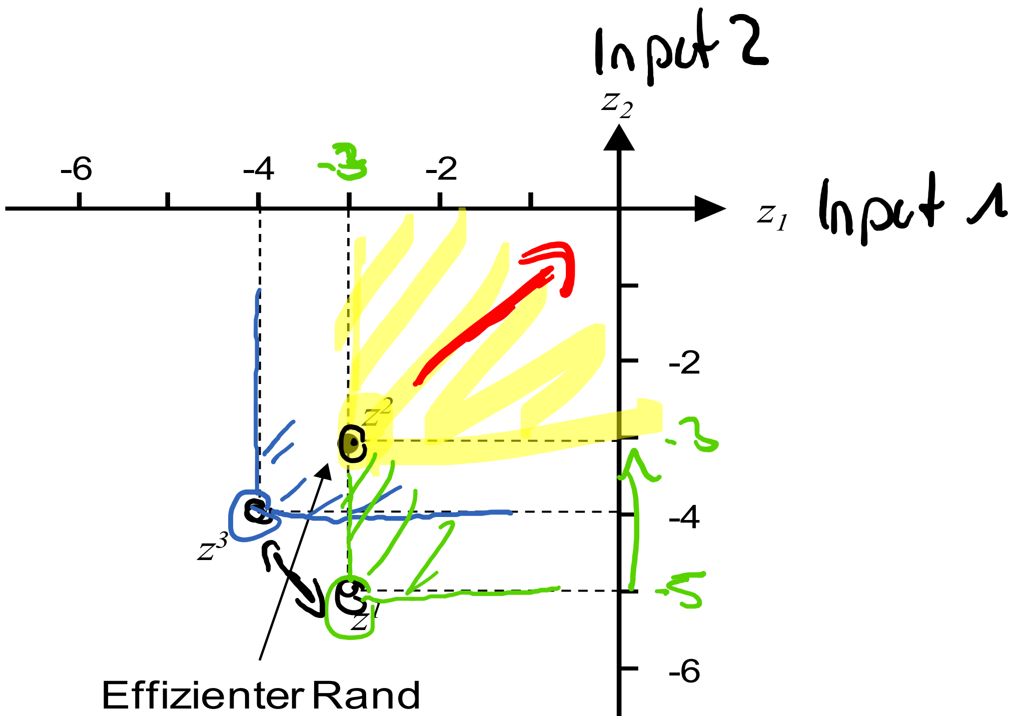
$$z^1 = \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} + \geq \\ \leq + \\ = \end{matrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix} = z^3$$

→ keine Dominanzrelation

1.7 – Effizienzanalyse

$$z^1 = \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix} \quad z^2 = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad z^3 = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

b. Zeichnen Sie die drei Aktivitäten in ein zweidimensionales Diagramm ein und kennzeichnen Sie den effizienten Rand der Technik. Gehen Sie dabei davon aus, dass alle In- und Outputobjektarten erwünscht sind.



Der effiziente Rand besteht aus Aktivität z^2.

1.7 – Effizienzanalyse

E E E

$z^1 = \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}$ $z^2 = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ $z^3 = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$

c. Wie verändert sich der effiziente Rand, wenn beide Inputobjekt~~arten unerwünscht~~ sind. Die Outputobjektart bleibt erwünscht.

$-12 \quad -12$

$-12 \quad -12$

$4 > 3$

1.7 – Effizienzanalyse

$z^1 = \begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix} \quad z^2 = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad z^3 = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$

d. Nehmen Sie an, dass auch sämtliche Konvexkombinationen dieser drei Aktivitäten zur betrachteten Technik gehören. Welche Aussagen können Sie nun über den effizienten Rand treffen? Die Inputobjektarten 1 und 2 sind weiterhin unerwünscht, Outputobjektart 3 ist erwünscht.

Fakultät VII Wirtschaft und Management
Fachgebiet Production and Operations Management
Kristian Bänsch
Sekr. FH 4-7, Fraunhoferstr. 33-36, 10587 Berlin

http://pom.tu-berlin.de