POM-Basics
Einführung in Produktions- und Dienstleistungsmanagement

Photo by Johann Walter Bantz on Unsplash

Themenblock 2

Übung – Leistungsanalyse

Fakultät VII Wirtschaft und Management
Produktion and Operations Management
Kristian Bänsch

Agenda

Das Gesetz von Little

OMT Kapitel 2

- Die Parameter des Operations Management
- Übung 2.5 – Consulting HR

Wartesysteme

OMT Kapitel 3

- Wartesysteme mit einem Server
- Beispiel 4 – Studienberatung A-Z
- Übung 2.6 – Variabilität
- Übung 2.7 – die Mensa

Wenn K Jobs innerhalb von T Zeiteinheiten das System durchlaufen:

- Ankunftsrate $\lambda = \frac{K}{T}$
- Mittlere Warte- und Servicezeit W

$$= \frac{\sum_{k=1}^{K}(\text{Warte} + \text{Servicezeit Job k})}{K}$$

- Mittlerer Bestand L

$$= \frac{\int_0^T \text{Bestand(t)}\ \text{dt}}{T}$$

$$= \frac{\text{Fläche unter Bestandsgraphen}}{T}$$

Das Gesetz von Little:

L = λ · W

Die wichtigsten Parameter

Ankunftsrate *λ*:

- Anzahl der Ankünfte ins System je Zeiteinheit

W (auch Durchlaufzeit):

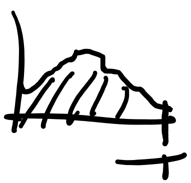
- Die erwartete Zeit, die ein Job im System verbringt
- W = Wartezeit W_q + Servicezeit T_s

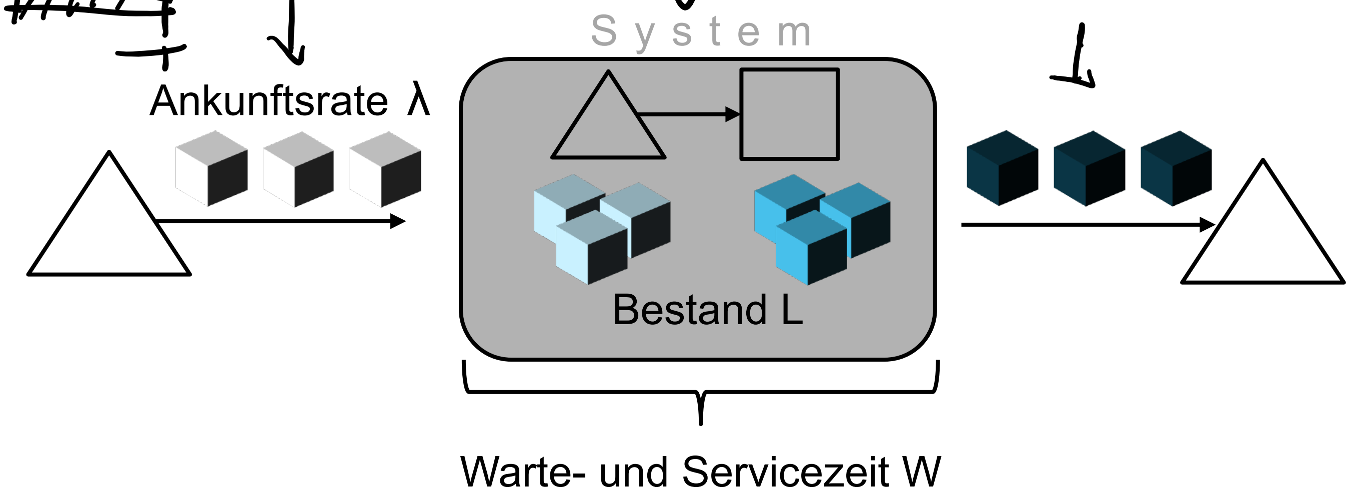
Bestand *L*:

- Erwartete Anzahl der Jobs im System

Kapazität:

- maximale Servicerate





2.5 - Consulting HR

Photo by Samuel Zeller on Unsplash

Die Beratungsfirma „GrowOrGo“ beschäftigt Berater auf drei verschiedenen Stufen: Associates, Manager und Partner. Die Firmengröße blieb in den vergangenen 30 Jahren stabil. Genauer gesagt waren und sind in der Firma genau 200 Associates, 60 Manager und 20 Partner.

Bei „GrowOrGo“ herrscht ein starker Konkurrenzkampf unter den Mitarbeitern. Nach vier Jahren als Associate werden Berater entweder zum Manager befördert oder entlassen. Nach sechs Jahren als Manager wird man entweder Partner oder man muss die Firma verlassen.

Die Firma stellt ausschließlich auf Associate-Ebene ein. Ein Partner bleibt für weitere 10 Jahre in der Firma bevor er sich nach insgesamt 20 Jahren Firmenzugehörigkeit zur Ruhe setzt.

a. Welche Objektarten liegen vor?

b. Zeichnen Sie den I/O-Graphen.

c. Wie viele Neueinstellungen nimmt die Firma durchschnittlich pro Jahr vor?

d. Wie viel Prozent der neu eingestellten Berater werden es zur Partner-Ebene schaffen?

Das Gesetz von Little:

$L = \lambda \cdot W$

2.5 - Consulting HR

- 200 Associates, 60 Manager und 20 Partner
- Nach 4 Jahren als Associate werden Berater entweder zum Manager befördert oder entlassen. Nach 6 Jahren Manager werden sie entweder Partner oder entlassen. Partner bleiben weitere 10 Jahre. Ruhestand
- Die Firma stellt ausschließlich auf Associate-Ebene ein.

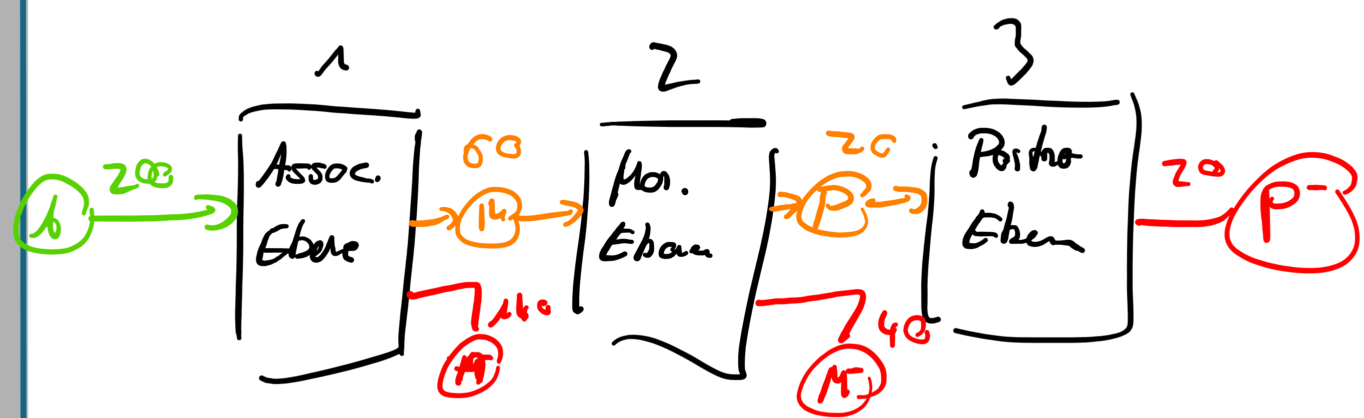
a. Welche Objektarten liegen vor?

Input: Associats (A)

Zwisch Produkt: Manager (M), Partner (P)

Outputs: Assoc. gefeuert (A-), Manager gefeuert (M-), Partner Ruhestand (P-)

b. Zeichnen Sie den I/O-Graphen.



2.5 - Consulting HR

Das Gesetz von Little:

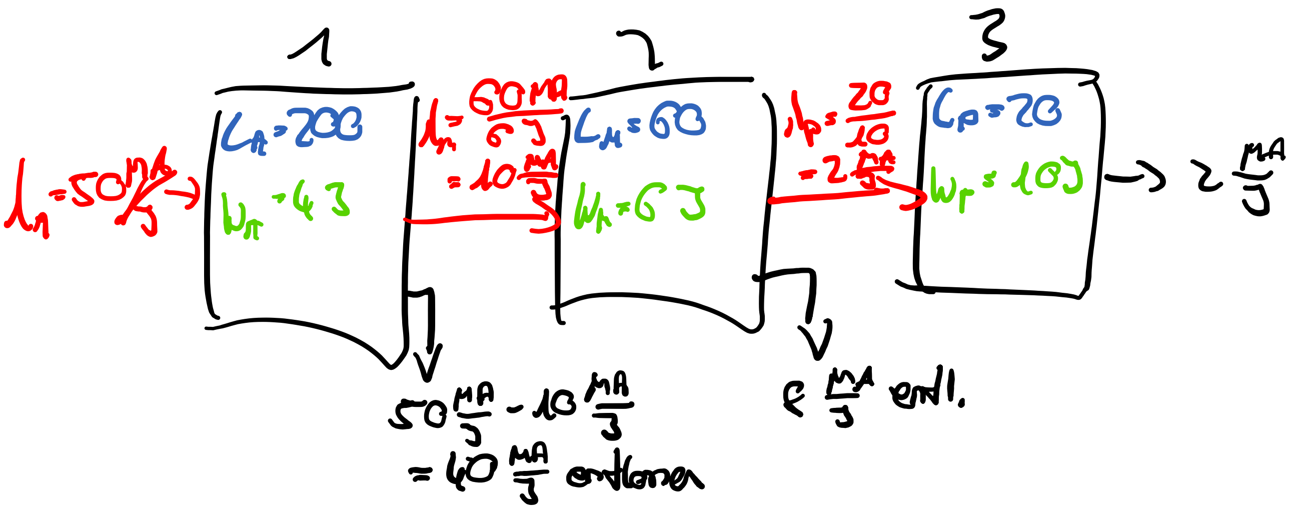
$L = \lambda \cdot W$

$\Leftrightarrow \lambda = \frac{L}{W}$

$\left(\Leftrightarrow W = \frac{L}{\lambda}\right)$

c. Wie viele Neueinstellungen nimmt die Firma durchschnittlich pro Jahr vor? ↳ gesucht: Anlaufrate λ_A

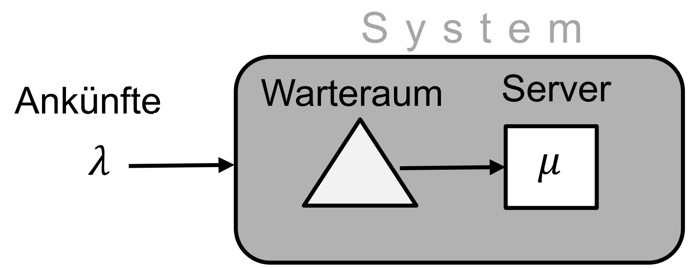
$$\lambda_A = \frac{L_A}{W_A} = \frac{200\,MA}{4\,J} = 50\,\frac{MA}{J}$$



d. Wie viel Prozent der neu eingestellten Berater werden es zur Partner Ebene schaffen?

$$\left.\begin{array}{l}\lambda_A = 50\,\frac{MA}{J}\\ \lambda_P = 2\,\frac{MA}{J}\end{array}\right\}\ \frac{2}{50} = 4\,\%$$

Wartesysteme mit einem Server



Warteraum

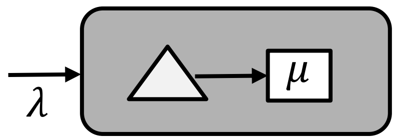
- ~~begrenzt~~ oder unbegrenzt

Ankunftsprozess

- λ Ankunftsrate (je ZE)
- $\boxed{T_a}$ Zufällige Zwischenankunftszeiten
- $\mathrm{E}(T_a) = \frac{1}{\lambda}$ Erwartete Zwischenankunftszeit

Serviceprozess (bei einem Server)

- μ Servicerate eines Servers (je ZE)
- T_s Zufällige Servicezeiten
- $\mathrm{E}(T_s) = \frac{1}{\mu}$ Erwartete Servicezeit
- $\rho = \frac{\mathrm{E}(T_s)}{\mathrm{E}(T_a)} = \frac{\lambda}{\mu}$ Auslastung in %



$$\rho = \frac{\mathrm{E}(T_s)}{\mathrm{E}(T_a)} = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$c_a = \frac{\sigma(T_a)}{\mathrm{E}(T_a)}$$

$$c_s = \frac{\sigma(T_s)}{\mathrm{E}(T_s)}$$

$$\mathrm{E}(W_q) \approx \frac{c_a^2 + c_s^2}{2} \frac{\rho}{1-\rho} \frac{1}{\mu}$$

$$\mathrm{E}(W) = \mathrm{E}(W_q) + \mathrm{E}(T_s)$$

Das Gesetz von Little:

L = λ · W

Quelle: OMT, Kapitel 2

Der Variations-
koeffizient

Der Variationskoeffizient

$$c = \frac{\sigma(X)}{\mathrm{E}(X)}$$

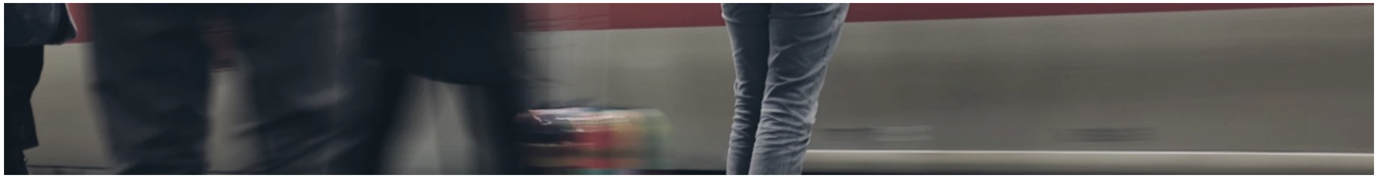
Variationskoeffizient des Ankunftsprozesses: c_a

Variationskoeffizient des Bedienprozesses: c_s

2.6 - Variabilität

Gegeben seien zwei Bahnverbindungen.

Bei Bahnverbindung 1 ist die Zwischenankunftszeit mit 80% Wahrscheinlichkeit 1 Minute und mit 20% 6 Minuten.



Bei Bahnverbindung 2 ist die Zwischenankunftszeit mit 80% Wahrscheinlichkeit 1 Stunde und 1 Minute und mit 20% 1 Stunde und 6 Minuten.

a. Welcher Prozess hat für Sie intuitiv eine höhere Variabilität?

b. Berechnen Sie die Standardabweichung und den Variationskoeffizienten der Zwischenankunftszeiten der beiden Prozesse.

2.6 - Variabilität

Der Variationskoeffizient

$$c = \frac{\sigma(X)}{\mathrm{E}(X)}$$

Variationskoeffizient des Ankunftsprozesses: c_a

Variationskoeffizient des Bedienprozesses: c_s

Bahnverbindung 1 (U-Bahn):

Zwischenankunftszeit mit p=80% 1 min, mit p=20% 6 min

$$\mathrm{E}(T_{a1}) = 0.8(1\text{min}) + 0.2(6\text{min}) = 2\text{min} \quad \varnothing$$

$$Var(T_{a1}) = 0.8(1\text{min} - \underbrace{2\text{min}}_{E(T_a)})^2 + 0.2(6\text{min} - \underbrace{2\text{min}}_{E(T_a)})^2 = 4\text{min}^2$$

$$\sigma(T_{a1}) = \sqrt{4\text{min}^2} = 2\text{ min}$$

Bahnverbindung 2 (Deutsche Bahn):

Zwischenankunftszeit mit p=80% 61 min, mit p=20% 66 min

$$\mathrm{E}(T_{a2}) = 0.8(61\text{min}) + 0.2(66\text{min}) = 62\text{min} \quad \varnothing$$

$$Var(T_{a2}) = 0.8(61\text{min} - 62\text{min})^2 + 0.2(66\text{min} - 62\text{min})^2 = 4(\text{min})^2$$

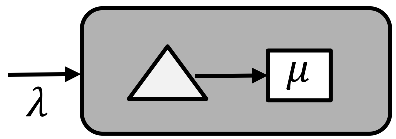
$$\sigma(T_{a2}) = \sqrt{4(\text{min})^2} = 2\text{min}$$

nein! Bezug zu Erwartungswert wichtig

Haben diese beiden Prozesse wirklich die gleiche Variabilität?

$$c_{a1} = \frac{\sigma(T_{a1})}{\mathrm{E}(T_{a1})} = \frac{2}{2} = 1$$

$$c_{a2} = \frac{\sigma(T_{a2})}{\mathrm{E}(T_{a2})} = \frac{2}{62} = 0.03$$



$$\rho = \frac{\mathrm{E}(T_s)}{\mathrm{E}(T_a)} = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$c_a = \frac{\sigma(T_a)}{\mathrm{E}(T_a)}$$

$$c_s = \frac{\sigma(T_s)}{\mathrm{E}(T_s)}$$

$$\mathrm{E}(W_q) \approx \frac{c_a^2 + c_s^2}{2} \frac{\rho}{1-\rho} \frac{1}{\mu}$$

$$\mathrm{E}(W) = \mathrm{E}(W_q) + \mathrm{E}(T_s)$$

How to Excel: Simulation von 100 Ankünften

=WENN(ZUFALLSZAHL()>0.2,1,6)

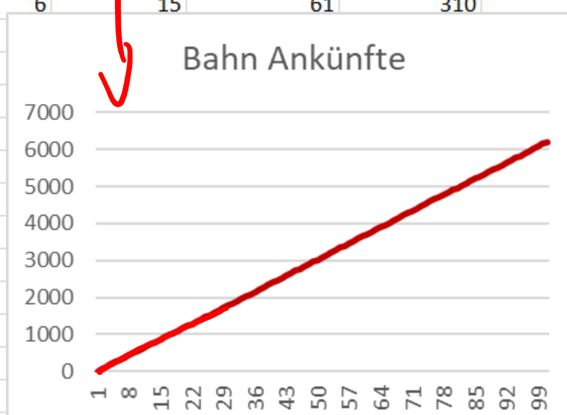
=WENN(ZUFALLSZAHL()>0.2,61,66)

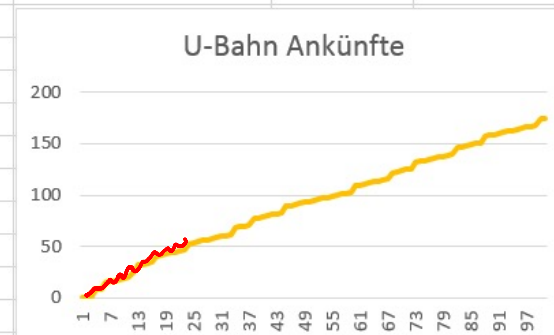
=MITTELWERT(A3:A100)

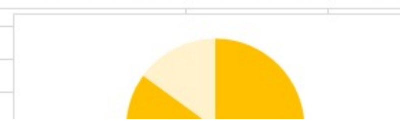
=STABW.S(A3:A100)

λ Σ

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	U-Bahn Zwischen-ankunftszeit	U-Bahn Ankünfte	Bahn Zwischen-ankunftszeit	Bahn Ankünfte				
2	0	0	0	0		Erwartungswert	1.75	62
3	1	1	61	61		Standardabweichung	1.79435141	2.01007563
4	1	2	61	122		kl. Zwischenankunftszeit	85	80
5	6	8	66	188		gr. Zwischenankunftszeit	15	20
6	1	9	61	249				
7	6	15	61	310				
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20	1	43	61	1118				

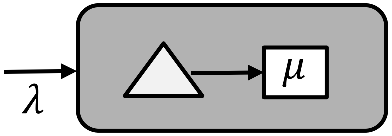






Quelle: OMT, Kapitel 3

Beispiel 4 – Studienberatung A-Z



$$\rho = \frac{\mathrm{E}(T_s)}{\mathrm{E}(T_a)} = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$c_a = \frac{\sigma(T_a)}{\mathrm{E}(T_a)}$$

$$c_s = \frac{\sigma(T_s)}{\mathrm{E}(T_s)}$$

$$\mathrm{E}(W_q) \approx \frac{c_a^2 + c_s^2}{2} \frac{\rho}{1-\rho} \frac{1}{\mu}$$

$$\mathrm{E}(W) = \mathrm{E}(W_q) + \mathrm{E}(T_s)$$

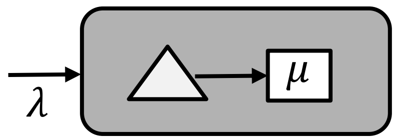
- 4 Sachbearbeiter (A-I, J-M, N-R und S-Z)

System mit folgenden Parametern (je Sachbearbeiter):

- Ankunftsrate λ : 5 Studierende (S) je Std.
- Standardabweichung der Zwischenankunftszeiten : $\sigma(T_a)$= 12 min/S
- Mittlere Servicezeit : $\mathrm{E}(T_s)$ =10 min/S
- Standardabweichung der Servicezeit: $\sigma(T_s)$ = 5 min/S

Quelle: OMT, Kapitel 3

Beispiel 4 – Studienberatung A-Z



$$\rho = \frac{\mathrm{E}(T_s)}{\mathrm{E}(T_a)} = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$c_a = \frac{\sigma(T_a)}{\mathrm{E}(T_a)}$$

$$c_s = \frac{\sigma(T_s)}{\mathrm{E}(T_s)}$$

$$\mathrm{E}(W_q) \approx \frac{c_a^2 + c_s^2}{2} \frac{\rho}{1-\rho} \frac{1}{\mu}$$

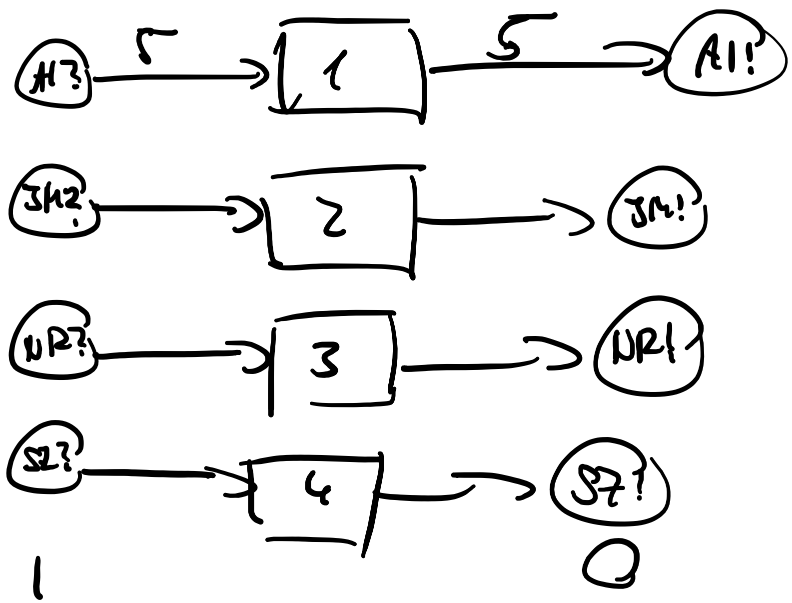
$$\mathrm{E}(W) = \mathrm{E}(W_q) + \mathrm{E}(T_s)$$

- 4 Sachbearbeiter (A-I, J-M, N-R und S-Z)

System mit folgenden Parametern (je Sachbearbeiter):

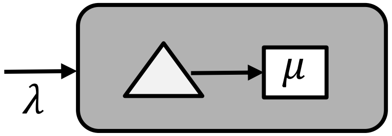
- Ankunftsrate λ : 5 Studierende (S) je Std.
- Standardabweichung der Zwischenankunftszeiten : $\sigma(T_a)$= 12 min/S
- Mittlere Servicezeit : $\mathrm{E}(T_s)$ =10 min/S
- Standardabweichung der Servicezeit: $\sigma(T_s)$ = 5 min/S

I/O-Graph:



Quelle: OMT, Kapitel 3

Beispiel 4 – Studienberatung A-Z



$$\rho = \frac{E(T_s)}{E(T_a)} = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$c_a = \frac{\sigma(T_a)}{E(T_a)}$$

$$c_s = \frac{\sigma(T_s)}{E(T_s)}$$

$$E(W_q) \approx \frac{c_a^2 + c_s^2}{2} \frac{\rho}{1-\rho} \frac{1}{\mu}$$

$$E(W) = E(W_q) + E(T_s)$$

Zwischenankunftszeiten je Sachbearbeiter

ges $\lambda =$ 5 S je Std. $\lambda = \frac{1}{E(T_a)}$ $\quad E(T_a) =$ 1/5 Std./S = 12 min/S

$E(T_a) = \frac{1}{\lambda}$

ges $\sigma(T_a) =$ 12 min/S $\quad c_a = \frac{\sigma(T_a)}{E(T_a)} = \frac{12\ \mathrm{min}/S}{12\ \mathrm{min}/S} = 1$

Servicezeiten je Sachbearbeiter

$E(T_s) =$ 10 min/S $\quad \left(\mu = \frac{1}{10} \frac{S}{\mathrm{min}}\right)$

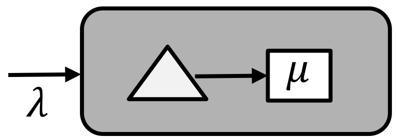
$\sigma(T_s) =$ 5 min/S $\quad c_s = \frac{\sigma(T_s)}{E(T_s)} = \frac{5\ \mathrm{min}/S}{10\ \mathrm{min}/S} = 0.5$

Auslastung je Sachbearbeiter

$$\rho = \frac{E(T_s)}{E(T_a)} = \frac{10\ \mathrm{min}/S}{12\ \mathrm{min}/S.} \approx 83.3\ \%$$

Quelle: OMT, Kapitel 3

Beispiel 4 – Studienberatung A-Z



$$\rho = \frac{\mathrm{E}(T_s)}{\mathrm{E}(T_a)} = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$c_a = \frac{\sigma(T_a)}{\mathrm{E}(T_a)}$$

$$c_s = \frac{\sigma(T_s)}{\mathrm{E}(T_s)}$$

E(Ts)+E(Ts)

$$\mathrm{E}(W_q) \approx \frac{c_a^2 + c_s^2}{2} \frac{\rho}{1-\rho} \frac{1}{\mu}$$

$$\mathrm{E}(W) = \mathrm{E}(W_q) + \boxed{\mathrm{E}(T_s)}$$

Das Gesetz von Little:

L = λ · W

Erwartete Wartezeit (Kingman-Abschätzung)

- $\mathrm{E}(W_q) \approx \frac{c_a^2+c_s^2}{2} \frac{\rho}{1-\rho} \frac{1}{\mu}$

E(ts)

$$= \frac{1+1/4}{2} \frac{5/6}{1-5/6} \cdot 10 \text{ min}$$

$$= \frac{5}{8} \cdot 5 \cdot 10 \text{ min}$$

$$= 31.25 \text{ min}$$

Summe aus Warte- und Servicezeit (= Zeit im System)

- $\mathrm{E}(W) = \mathrm{E}(W_q) + \mathrm{E}(T_s)$ = 31.25 min + $\boxed{\text{10 min}}$ = 41.25 min

Mittlere Anzahl an Studierenden in der Schlange und bei einem einzelnen Sachbearbeiter

L = λ · W = 1/12 je min · 41.25 min = 3.4375 Studierende pro Sachbearbeiter

$L_{system} = 4 \cdot L = 4 \times 3{,}44$

Quelle: OMT, Kapitel 3

Veranschaulichung der Abschätzung

λ μ

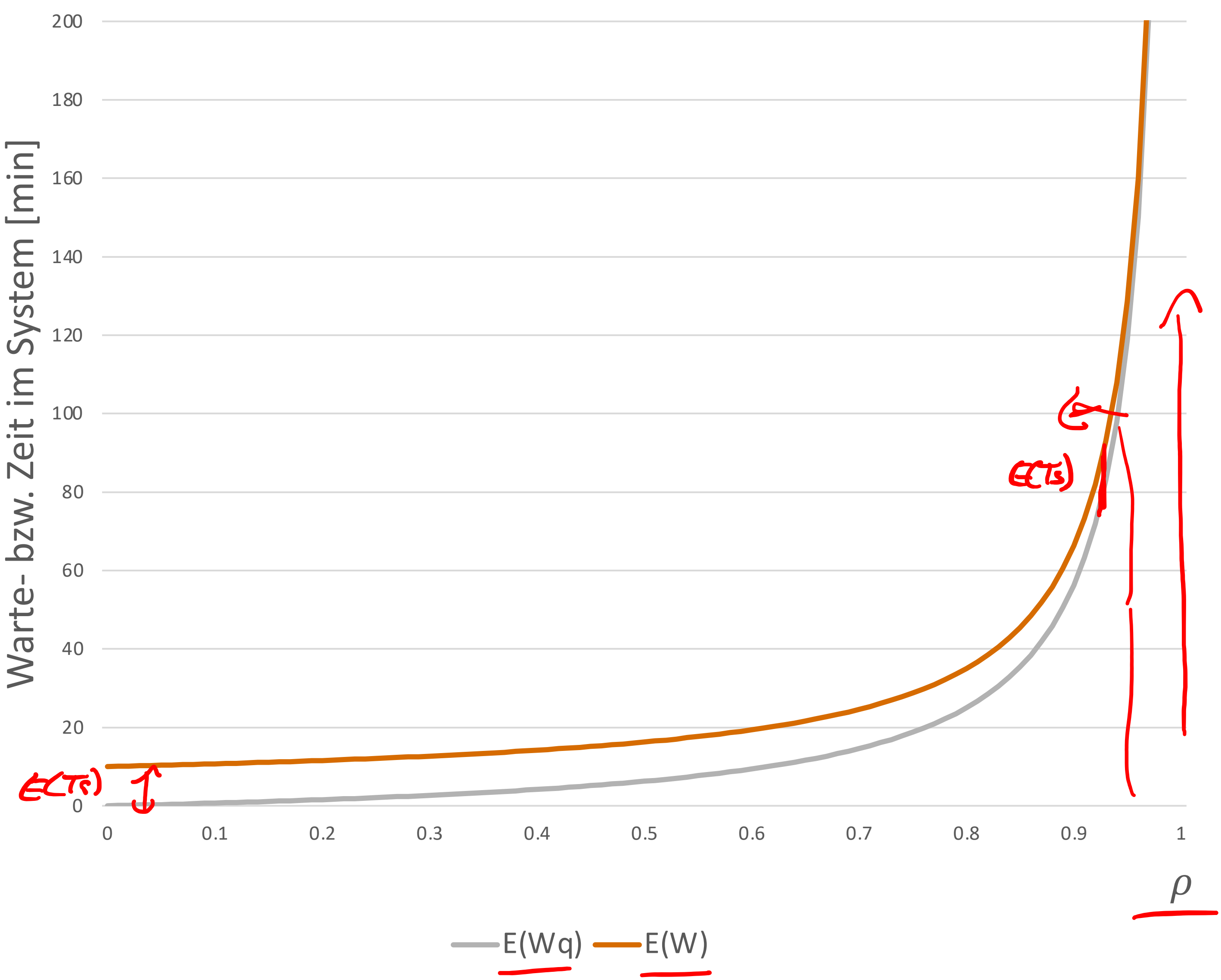
$$\rho = \frac{\mathrm{E}(T_s)}{\mathrm{E}(T_a)} = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$c_a = \frac{\sigma(T_a)}{\mathrm{E}(T_a)}$$

$$c_s = \frac{\sigma(T_s)}{\mathrm{E}(T_s)}$$

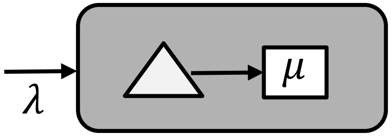
$$\mathrm{E}(W_q) \approx \frac{c_a^2 + c_s^2}{2} \frac{\rho}{1-\rho} \frac{1}{\mu}$$

$$\mathrm{E}(W) = \mathrm{E}(W_q) + \mathrm{E}(T_s)$$



(mit $c_a = 1$ $c_s = 0{,}5$ $\mathrm{E}(T_s) = 10$ min)

Beispiel 4 – Studienberatung A-Z



$$\rho = \frac{\mathrm{E}(T_s)}{\mathrm{E}(T_a)} = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$c_a = \frac{\sigma(T_a)}{\mathrm{E}(T_a)}$$

$$c_s = \frac{\sigma(T_s)}{\mathrm{E}(T_s)}$$

$$\mathrm{E}(W_q) \approx \frac{c_a^2 + c_s^2}{2} \frac{\rho}{1-\rho} \frac{1}{\mu} \quad (\cdot \mathrm{E}(T_s))$$

$$\mathrm{E}(W) = \mathrm{E}(W_q) + \mathrm{E}(T_s)$$

Wie kann man Wartezeiten verringern?

Ansatzpunkte:

- Verringerung der Variabilität c_a, c_s
- Verringerung der Auslastung ρ
- Verringerung der erwarteten Servicezeit $\mathrm{E}(T_s)$

Im Beispiel:
Schulung der Sachbearbeiter, Reduktion der erwarteten Servicezeit von 10 auf 5 Minuten und der Standardabweichung von 5 auf 2.5 Minuten.

(Für die **Zwischenankunftszeiten** gilt weiterhin:)

$\mathrm{E}(\mathrm{T_a}) = 12$ min/S, $\sigma(\mathrm{T_a}) = 12$ min/S

keine Änderung

→ $\lambda = 5$ S/Std. und $c_a = \frac{\sigma(\mathrm{T_a})}{\mathrm{E}(\mathrm{T_a})} = 1$

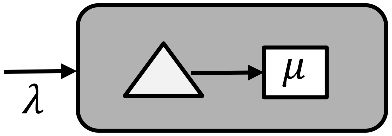
Für die **Servicezeiten** gilt nun:

$\mathrm{E}(T_s) = 5$ min/S, $\sigma(T_s) = 2.5$ min/S

$\boxed{\rightarrow \mu = 12 \text{ S/Std.}}$ und $c_s = \frac{\sigma(T_s)}{\mathrm{E}(T_s)} = 0.5$

Quelle: OMT, Kapitel 2

Beispiel 4 – Studienberatung A-Z



$$\rho = \frac{\mathrm{E}(T_s)}{\mathrm{E}(T_a)} = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$c_a = \frac{\sigma(T_a)}{\mathrm{E}(T_a)}$$

$$c_s = \frac{\sigma(T_s)}{\mathrm{E}(T_s)}$$

$$\mathrm{E}(W_q) \approx \frac{c_a^2 + c_s^2}{2} \frac{\rho}{1-\rho} \frac{1}{\mu}$$

$$\mathrm{E}(W) = \mathrm{E}(W_q) + \mathrm{E}(T_s)$$

System vor der Schulung:

$\mathrm{E}(T_s)$ = 10 min

$\sigma(T_s)$ = 5 min

c_s = 0.5

Zwischenankunftszeiten je Sachbearbeiter

$\lambda =$ 5 S/Std.

$\mathrm{E}(T_a)$ = 1/5 Std./S = 12 min/S

$\sigma(T_a) =$ 12 min/S

$$c_a = \frac{\sigma(T_a)}{\mathrm{E}(T_a)} = 1$$

Servicezeiten je Sachbearbeiter (nach Schulung)

$\mathrm{E}(T_s) =$ 5 min/S

$\sigma(T_s) =$ 2.5 min/S

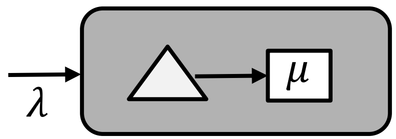
$$c_s = \frac{\sigma(T_s)}{\mathrm{E}(T_s)} = 0.5$$

Auslastung je Sachbearbeiter

$$\rho = \frac{\mathrm{E}(T_s)}{\mathrm{E}(T_a)} = \frac{5\ min/S}{12\ min/S} \approx 41.67\ \%$$

Quelle: OMT, Kapitel 3

Beispiel 4 – Studienberatung A-Z



$$\rho = \frac{\mathrm{E}(T_s)}{\mathrm{E}(T_a)} = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$c_a = \frac{\sigma(T_a)}{\mathrm{E}(T_a)}$$

$$c_s = \frac{\sigma(T_s)}{\mathrm{E}(T_s)}$$

$$\mathrm{E}(W_q) \approx \frac{c_a^2 + c_s^2}{2} \frac{\rho}{1-\rho} \frac{1}{\mu}$$

$$\mathrm{E}(W) = \mathrm{E}(W_q) + \mathrm{E}(T_s)$$

Das Gesetz von Little:

L = λ · W

System vor der Schulung:

$\mathrm{E}(T_s)$ = 10 min

$\sigma(T_s)$ = 5 min

c_s = 0.5

$\mathrm{E}(W_q)$ = 31,25 min

$\mathrm{E}(W)$ = 41,25 min

L = 3.4 Studierende

Erwartete Wartezeit

- $\mathrm{E}(W_q) \approx \frac{c_a^2+c_s^2}{2} \frac{\rho}{1-\rho} \frac{1}{\mu}$

$= \frac{1+\frac{1}{4}}{2} \frac{\frac{5}{12}}{1-(\frac{5}{12})} 5 \text{ min}$

$= \frac{5}{8} \frac{5}{7}$ 5 min

= ca. 2.23 min oder 0.037 Stunden

Summe aus Warte- und Servicezeit

- $\mathrm{E}(W) = \mathrm{E}(W_q) + \mathrm{E}(T_s)$ = 2.23 min + 5 min = 7.23 min

Mittlere Anzahl an Studierenden vor und bei den Sachbearbeitern

L = λ · W = 1/12 min · 7.23 min ≈ 0.6025 Studierende pro Sachb.

Quelle: OMT, Kapitel 3

1.7 - die Mensa

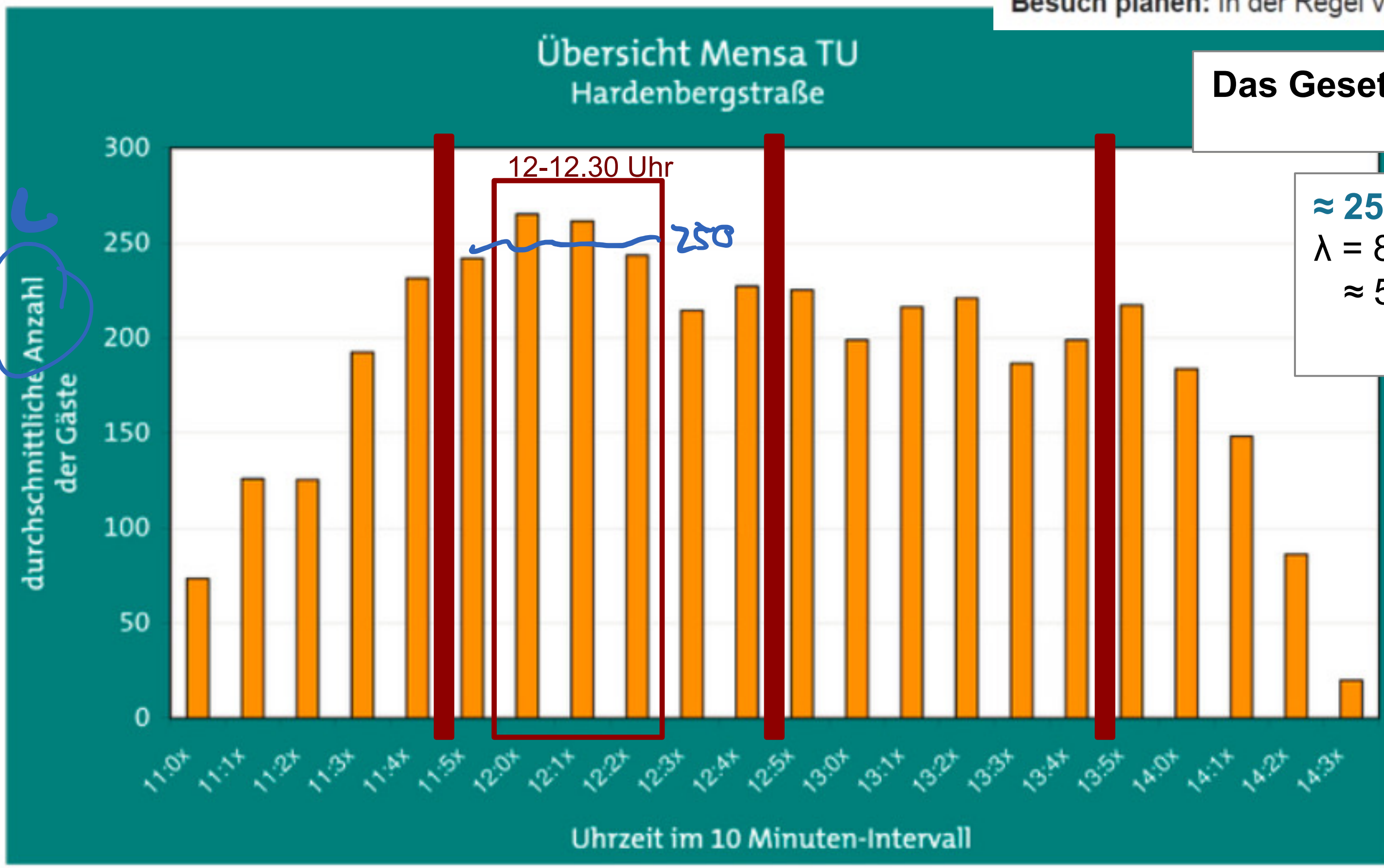
Auslastung der TU-Mensa Hardenbergstraße im vollen Semester

Nach Erfahrung des Studentenwerks Berlin verweilt ein Gast durchschnittlich 30 Minuten in der Mensa. In der Mensa sind 820 Plätze verfügbar.

W

Google

Besuch planen: In der Regel verbringen Menschen hier **30 min**



Das Gesetz von Little: $L = \lambda \cdot W$

≈ **250/30 min** = λ

λ = 8.33 Studierende je min

≈ 500 Studierende je Std.

1.7 - die Mensa

Sarah betritt um 12:30 Uhr die Mensa und möchte etwas essen. Es werden zwei Gerichte angeboten die ihr schmecken: Burger und Pizza. Um 13:00 Uhr möchte Sarah eine Vorlesung besuchen. Sie benötigt immer genau 15 Minuten zum Verspeisen einer Mahlzeit. Sarah kennt die Daten die das Studierendenwerk zur Abfertigung der Essensausgabe in der Mensa erhoben hat.

a. In welcher Warteschlange muss sich Sarah einreihen, um möglichst zeitnah ihr Essen zu erhalten?

b. Wann schafft sie es voraussichtlich, mit dem Essen fertig zu sein? Kommt sie zu spät zur Vorlesung?

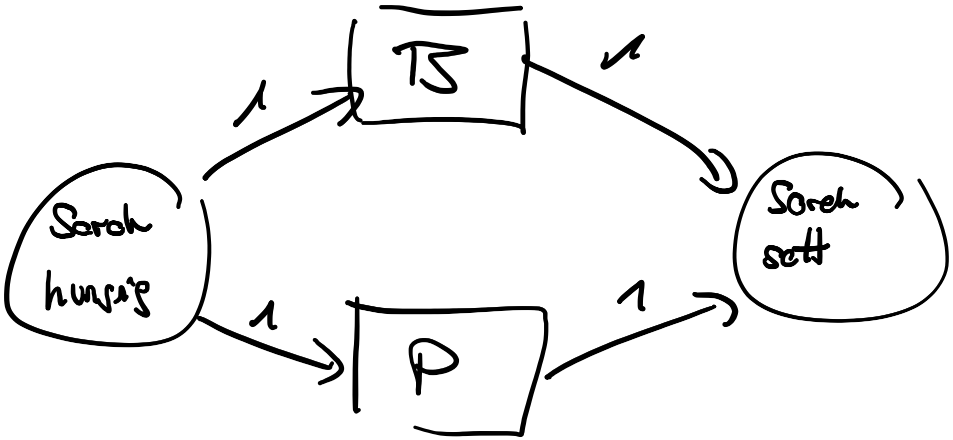
	Burger	Pizza
$E(T_a)$	45 sek	2 min
$\sigma(T_a)$	4 min	6 min
$E(T_s)$	30 sek	40 sek
$\sigma(T_s)$	1 min	2 min

1.7 - die Mensa

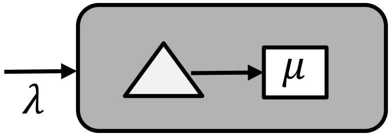
	Burger	Pizza
$E(T_a)$	45 sek	2 min
$\sigma(T_a)$	4 min	6 min
$E(T_s)$	30 sek	40 sek
$\sigma(T_s)$	1 min	2 min

Wo stellen Sie sich an?

I/O Graph:



1.7 - die Mensa



$$\rho = \frac{E(T_s)}{E(T_a)} = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$c_a = \frac{\sigma(T_a)}{E(T_a)}$$ Variabilität Ankunftszeit

$$c_s = \frac{\sigma(T_s)}{E(T_s)}$$ Va. Servicezeit

$$E(W_q) \approx \frac{c_a^2 + c_s^2}{2}\,\frac{\rho}{1-\rho}\,\frac{1}{\mu}$$

queue

$$E(W) = E(W_q) + E(T_s)$$

Das Gesetz von Little:

L = λ · W

Burger:

$$c_a = \frac{\sigma(T_a)}{E(T_a)} = \frac{4\,min}{0.75\,min} = 16/3 = 5,..$$

$$c_s = \frac{\sigma(T_s)}{E(T_s)} = \frac{1\,min}{0.5\,min} = 2$$

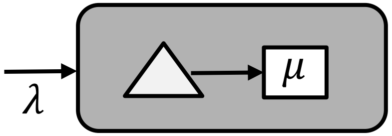
$$\rho = \frac{E(T_s)}{E(T_a)} = \frac{0.5\,min}{0.75\,min} = 2/3$$

$$E(W_q) \approx \frac{\frac{16}{3}^2 + 2^2}{2}\,\frac{\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}}\,0.5\,min \approx 16.2 \cdot 2 \cdot 0.5 \approx 16.22\,min$$

$$E(W) \approx E(W_q) + E(T_s) \approx 16.22\,\mathrm{min} + 0.5\,\mathrm{min} \approx 16.72\,\mathrm{min}$$

$$16.72\,\mathrm{min} > 15\,min\ !$$

	Burger	Pizza
$E(T_a)$	0.75 min	2 min
$\sigma(T_a)$	4 min	6 min
$E(T_s) = \frac{1}{\mu}$	0.5 min	0.67 min
$\sigma(T_s)$	1 min	2 min



$$\rho = \frac{E(T_s)}{E(T_a)} = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$c_a = \frac{\sigma(T_a)}{E(T_a)}$$

$$c_s = \frac{\sigma(T_s)}{E(T_s)}$$

$$E(W_q) \approx \frac{c_a^2 + c_s^2}{2} \frac{\rho}{1-\rho} \frac{1}{\mu}$$

$$E(W) = E(W_q) + \boxed{E(T_s)}$$

Das Gesetz von Little:

L = λ · W

1.7 - die Mensa

Pizza: $c_a = \frac{\sigma(T_a)}{E(T_a)} = \frac{6\,min}{2\,min} = 3$

$$c_s = \frac{\sigma(T_s)}{E(T_s)} = \frac{2\,min}{2/3\,min} = 3$$

$$\rho = \frac{E(T_s)}{E(T_a)} = \frac{2/3\,min}{2\,min} = 1/3$$

$$E(W_q) \approx \frac{3^2+3^2}{2} \frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} 2/3\,min \approx 9 \cdot 0.5 \cdot 2/3 \approx 3\,min$$

$$E(W) \approx E(W_q) + E(T_s) \approx 3\,\text{min} + 2/3\,\text{min} \approx 3.67\,\text{min}$$

$$3.67\,\text{min} < 15\,min$$

	Burger	Pizza
$E(T_a)$	0.75 min	2 min
$\sigma(T_a)$	4 min	6 min
$E(T_s)$	0.5 min	0.67 min
$\sigma(T_s)$	1 min	2 min

Fakultät VII Wirtschaft und Management
Fachgebiet Production and Operations Management
Kristian Bänsch
Sekr. FH 4-7, Fraunhoferstr. 33-36, 10587 Berlin

Photo by Johann Walter Bantz on Unsplash

http://pom.tu-berlin.de