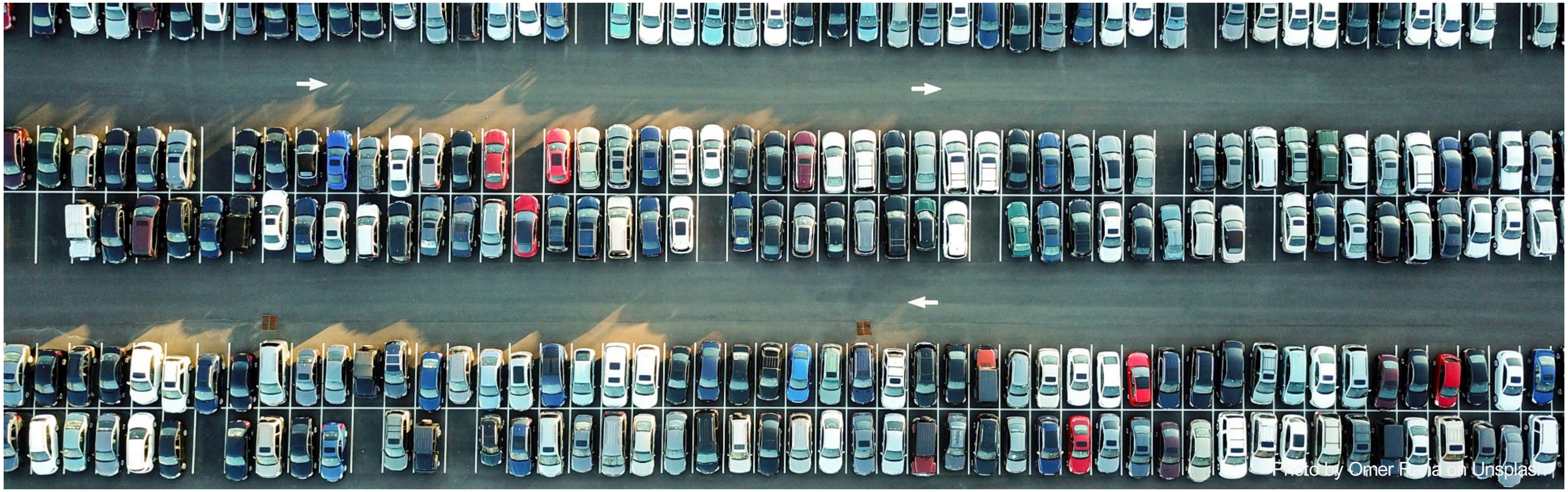
POM-Basics - Einführung in Produktions- und Dienstleistungsmanagement



Themenblock 3

Übung – Losgrößenplanung

Fakultät VII Wirtschaft und Management
Production and Operation Management
Kristian Bänsch

Agenda

Das Capacitated Lot Sizing Problem Modell (CLSP)

OMT Kapitel 8

- Das Modell
- 5.3 – CLSP ohne Julia
- CLSP in Julia (Beispiel aus Vorlesung)

Das EOQ Modell

OMT Kapitel 7

- Das Modell
- Übung 4.7 – Fahrradhelme
- Übung 4.8 – Sonnenbrillen Cases

Modelle mit schwankendem Bedarf

c_t Kapazität in Periode t

t_i^p Stückbearbeitungszeit für Produkt i

b_{it} Bedarf von Produkt i in Periode t

k_i^l Lagerkosten je ME und ZE von Produkt i

k_i^s Rüstkosten pro Rüstvorgang von Produkt i

t_i^s Rüstzeit pro Rüstvorgang von Produkt

L_{i0} Anfangslagerbestand von Produkt i

M große Zahl

Variablen:

X_{it} Produktionsmenge von Produkt i in Periode t

L_{it} Lagerbestand von Produkt i in Periode t

γ_{it} Binäre Rüstvariable

Das Capacitated Lot Sizing Problem (CLSP)

Annahmen:

- Eine Produktionsressource (Maschine, Anlage)
- Mehrere Produktarten
- Mehrere Perioden t=1,..T (endlicher Planungshorizont)
- Gegebene Kapazität c_t pro Periode
- Serielle Bearbeitung; Produktion einer Mengeneinheit von Produkt i benötigt Zeit t_i^p auf der Ressource
- Gegebener Bedarf b_{it} pro Produkt i und Periode t
- Fehlmengen sind nicht erlaubt
- Lagerkosten k_i^l pro Einheit von Produkt i und Zeitperiode
- Rüstkosten k_i^s und Rüstzeit t_i^s pro Rüstvorgang von Produkt i
- Der Rüstzustand einer Periode wird nicht in die Folgeperiode übernommen.
- Wir starten mit einem Lagerbestand von L_{i0} für Produkt i.

Ziel:

- Kostenminimaler, zulässiger Produktionsplan

Modelle mit schwankendem Bedarf

Das CLSP Modell

c_t Kapazität in Periode t

t_i^p Stückbearbeitungszeit für Produkt i

b_{it} Bedarf von Produkt i in Periode t

k_i^l Lagerkosten je ME und ZE von Produkt i

k_i^s Rüstkosten pro Rüstvorgang von Produkt i

t_i^s Rüstzeit pro Rüstvorgang von Produkt

L_{i0} Anfangslagerbestand von Produkt i

M große Zahl

Variablen:

X_{it} Produktionsmenge von Produkt i in Periode t

L_{it} Lagerbestand von Produkt i in Periode t

γ_{it} Binäre Rüstvariable

$$\min \sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{I} (\underbrace{k_i^s \cdot \gamma_{it}}_{\text{Rüstkosten}} + \underbrace{k_i^l \cdot L_{it}}_{\text{Lagerkosten}})$$

$$L_{i,t-1} + X_{it} - b_{it} = L_{it}$$ für alle i=1,…,I, t=1,..,T

$$L_{i,0} = L_i$$ für alle i=1,…,I

$$\sum_{i=1}^{I} (\underbrace{t_i^s \cdot \gamma_{it}}_{\text{Rüstzeit}} + \underbrace{t_i^p \cdot X_{it}}_{\text{Produktionszeit}}) \le c_t$$ für alle t=1,..,T

$$X_{it} \le M \cdot \gamma_{it}$$ für alle i=1,…,I, t=1,..,T

$0 \le 0$

$\gamma_{it} \in \{0,1\}$

1. Fall $\gamma_{it} = 0 \rightarrow X_{it} = 0$

ohne Rüsten, keine Produktion

2. Fall $\gamma_{it} = 1 \rightarrow X_{it} \le M$

$X_{it} \ge 0$

$L_{it} \ge 0$

Modelle mit schwankendem Bedarf

5.3 – CLSP ohne Julia

c_t = 95 min für alle t

t_i^p = 1 min für alle i und t

t_i^s = 12 min für alle i und t

L_{i0} = 0

i	1	2	3
k_i^s	50	5	20
k_i^l	1	5	2

$$L_{i,t-1} + X_{it} - b_{it} = L_{it}$$

$$\sum_t \sum_i (k_i^s \cdot \gamma_{it} + k_i^l \cdot L_{it})$$

Helmut Müller hat im Rahmen seiner Seminararbeit das CLSP in der algebraischen Modellierungssoftware Julia implementiert. Die Gesamtkosten, bestehend aus Lager- und Rüstkosten, sollen für I=3 Produkte und T=5 Perioden minimiert werden.

Folgendes Ergebnis hat er in seiner Seminararbeit dokumentiert:

Leider hat Helmut lediglich die Werte für die Nachfrage b_{it} und die Produktionsmenge X_{it} übernommen.

Ergänzen Sie die obige Tabelle um die fehlenden Werte für die Lagerbestände am Periodenende L_{it} und die Rüstvariablen γ_{it}. Lageranfangsbestände sind nicht vorhanden.

t	1	2	3	4	5	Σ
b_{1t}	0	5	20	0	5	
b_{2t}	10	10	0	20	0	
b_{3t}	0	10	5	0	10	
X_{1t}	8	0	17	0	5	
X_{2t}	10	10	0	20	0	
X_{3t}	0	11	4	0	10	
L_{1t}	0+8-0 8	8+10-5 3	3+17-20 0	0	0	11
L_{2t}	0	0	0	0	0	0
L_{3t}	0	1	1+4-5 0	0	0	1
γ_{1t}	1	0	1	0	1	3
γ_{2t}	1	1	0	1	0	3
γ_{3t}	0	1	1	0	1	3

c_t Kapazität in Periode t

t_i^p Stückbearbeitungszeit für Produkt i

b_{it} Bedarf von Produkt i in Periode t

k_i^l Lagerkosten je ME und ZE von Produkt i

k_i^s Rüstkosten pro Rüstvorgang von Produkt i

t_i^s Rüstzeit pro Rüstvorgang von Produkt

L_{i0} Anfangslagerbestand von Produkt i

M große Zahl

Variablen:

X_{it} Produktionsmenge von Produkt i in Periode t

L_{it} Lagerbestand von Produkt i in Periode t

γ_{it} Binäre Rüstvariable

5.3 – CLSP ohne Julia

Ihnen liegen nun folgende Werte für die produktspezifischen Rüstkosten k_i^s Lagerkosten k_i^l vor:

i	1	2	3
k_i^s	50	5	20
k_i^l	1	5	2

Wie hoch sind die Gesamtkosten für den betrachteten Planungshorizont von fünf Perioden?

$$\min \sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{I} (k_i^s \cdot \gamma_{it} + k_i^l \cdot L_{it})$$

$$\overset{i=1}{=}\ 3 \cdot 50€ + \overset{i=2}{3} \cdot 5€ + \overset{i=3}{3} \cdot 20€$$

$$+ 11 \cdot 1€ + 0 \cdot 5€ + 1 \cdot 2€$$

$$= 238€$$

 Quelle: OMT, Kapitel 8

5.3 – CLSP ohne Julia

85

c_t 39 = min für alle t

t_i^p = 1 min für alle i und t

t_i^s 12 = min für alle i und t

$L_{i0}0$ =

i	1	2	3
k_i^s	50	5	20
k_i^l	1	5	2

t	1	2	3	4	5
b_{1t}		5	20		5
b_{2t}	10	10		20	
b_{3t}		10	5		10

t_i^p = 1 min für alle i und t

t_i^s = 12min für alle i und t

Wie würde der optimale Produktionsplan mit minimalen Kosten bei gleichbleibenden Rüst- und Lagerkosten aussehen?

Berechne auch für den optimalen Produktionsplan die Gesamtkosten für den betrachteten Planungshorizont.

t	1	2	3	4	5
X_{1t}	0	30	0	0	0
X_{2t}	10	10	0	20	0
X_{3t}	0	15	0	0	10
T^p	10	55	0	20	10
T^s	12	36	0	12	12
$\leq c_t$?	22	91	0	32	22

20€

25

$$\min \sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{I} (k_i^s \cdot \gamma_{it} + k_i^l \cdot L_{it})$$

$10 \cdot 3 \cdot 2 = 60€$

$$= 1 \cdot 50€ + 3 \cdot 5€ + 2 \cdot 20€$$

$$+ (20 + 3 \cdot 5) \cdot 1€ + 0 \cdot 5€ + 5 \cdot 2€ \qquad = 150€$$

Das EOQ Modell

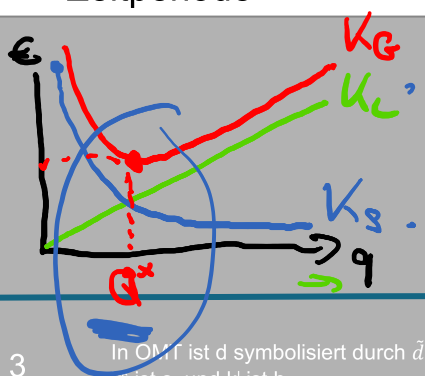
Das EOQ Modell

EOQ= Economic order quantity

Im EOQ Modell:

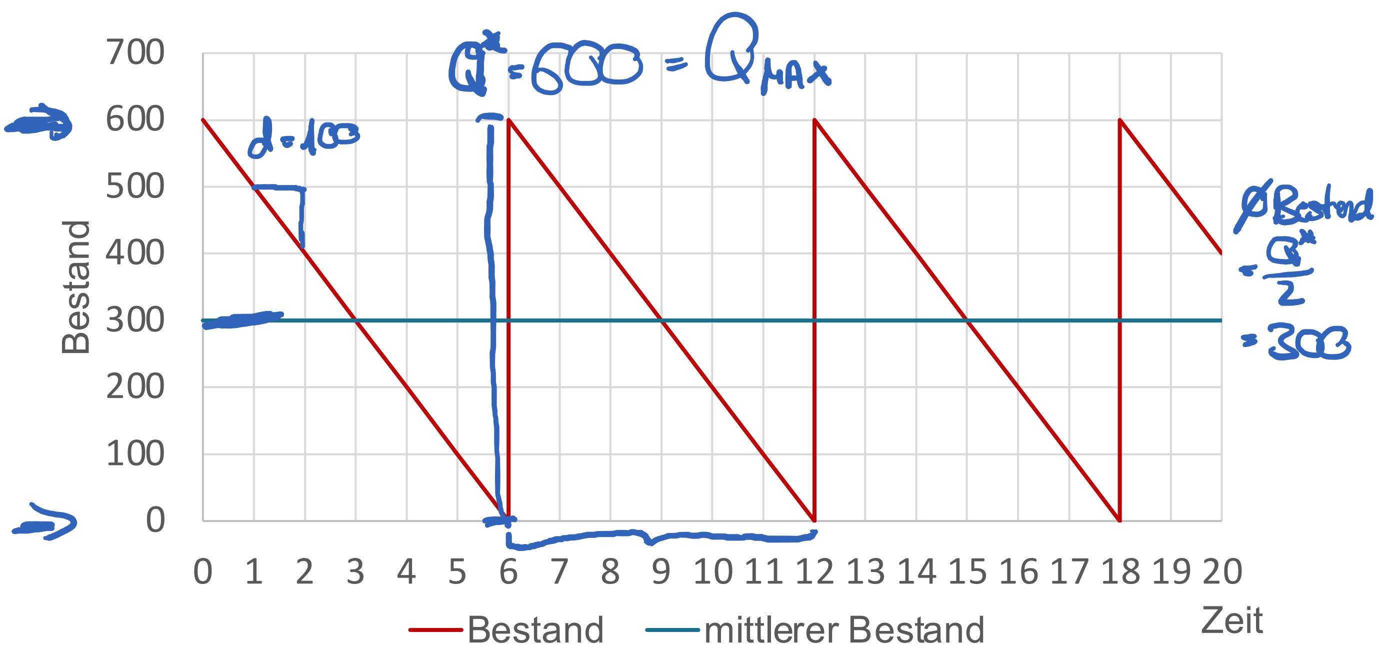
$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k^s \cdot d}{k^l}}$$

d Nachfrage in Periode t
Q Bestellmenge
k^s Kosten pro Bestellung
k^l Lagerkosten je Mengeneinheit und Zeitperiode



Annahmen:

- Mehrere Perioden
- Bekannte Nachfrage, keine Varianz, konstante Nachfrage pro Zeiteinheit
- Fehlmengen sind nicht erlaubt
- Bestellkosten k^s pro Bestellung
- Lagerkosten k^l pro Mengeneinheit und Zeitperiode



$$\frac{Q^*}{d} = \frac{600 \text{ ME}}{100 \text{ ME/ZE}} = 6 \text{ ZE}$$

In OMT ist d symbolisiert durch $\tilde{d}$, k^s ist s, und k^l ist h.

Photo by paolo candelo on Unsplash

4.7 - Fahrradhelme

Ein erstklassiges Fahrradgeschäft wird an $\boxed{250}$ (Werk-)Tagen im Jahr betrieben. Nehmen Sie an, dass ein Jahr rechnerisch aus diesen 250 Tagen besteht. Die jährliche Nachfrage nach Fahrradhelm NX 1000 beträgt 5000 Mengeneinheiten.

Der Versandkosten ihrer Bestellung beim Hersteller liegen bei $\underbrace{\text{20€ je}}_{}$ k_S Bestellung und ihre Lagerkosten betragen 5€ k_L je Fahrradhelm und Jahr.

Berechnen Sie die optimale Bestellmenge, die Dauer zwischen zwei Bestellvorgängen und die Höhe der bestellmengenabhängigen Kosten im Optimum.

a. Optimale Bestellmenge:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k_S \cdot d}{k_L}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \cdot 5000}{5}}$$

$$= 200 \text{ ME}$$

Das EOQ Modell

EOQ= Economic order quantity

Im EOQ Modell:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k^s \cdot d}{k^l}}$$

d Nachfrage in Periode t
Q Bestellmenge
k^s Kosten pro Bestellung
k^l Lagerkosten je Mengeneinheit und Zeitperiode

4.7 - Fahrradhelme

b. Bestellzyklus:

$$\frac{Q^*}{d} = \frac{200\ ME}{5000\ ME/J} = \underbrace{0.04\ J \mathrel{\hat=} 10\ Tagen}_{\cdot 250}$$

c. Gesamtkosten:

$$K_G = K_L + K_S = \boxed{\frac{Q^*}{2} \cdot k_L} + \boxed{\frac{d}{Q^*} \cdot k_S}$$

$$= \frac{200}{2} \cdot 5 + \frac{5000}{200} \cdot 20$$

$$= \underline{\underline{500}} + \underline{\underline{500}} = 1000$$

d. Nehmen Sie an, dass ihr Zulieferer durch eine Prozessänderung nun eine Lieferzeit von 2 Tagen benötigt. Bei welchem Lagerbestand müssen Sie ihre Bestellung auslösen?

$$d = 5000 \frac{ME}{J} \Rightarrow \frac{5000}{250} \frac{ME}{T} = 20 \frac{ME}{T}$$

2 Tage Lieferzeit $2T \cdot 20 \frac{ME}{T} = 40\ ME$

Das EOQ Modell

Im EOQ Modell:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k^s \cdot d}{k^l}}$$

- d Nachfrage in Periode t
- Q Bestellmenge
- k^s Kosten pro Bestellung
- k^l Lagerkosten je Mengeneinheit und Zeitperiode

4.8 – Sonnenbrillen-Cases

Zum Versand unserer Premium Sonnenbrillen werden 1000 Cases pro Quartal (90 Tage) benötigt. Die Versandkosten je Bestellung betragen 50€. Pro Quartal und Case fallen außerdem Lagerkosten in Höhe von 0,40€ an.

a. Ermitteln Sie die kostenminimale Bestellmenge.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot \overset{k_s}{50} \cdot \overset{d}{1000}}{\underset{k_l}{0{,}4}}} = 500$$

b. Wie hoch ist der mittlere Lagerbestand, wenn Sie kostenminimal bestellen?

$$\frac{Q^*}{2} = \frac{500}{2} = 250$$

c. Sie haben noch 230 Cases im Lager. Wann trifft planmäßig die nächste Lieferung ein?

$$\frac{230 \text{ ME}}{1000 \ \text{ME}/\text{Quartal}} = 0.23 \text{ Quartale} \mathrel{\hat{=}} 20.7 \text{ T}$$

$\cdot 90$

4.8 – Sonnenbrillen-Cases

Für die DeLuxe Cases liegt die optimale Bestellmenge bei 250 Q^* Stück. Im Optimum ergeben sich Bestellkosten von 100€ im Quartal. K_S

d. Welcher Lagerkostensatz k_L liegt für die DeLuxe Cases vor?

in Optimum $\boxed{K_L} = K_S$

$$100 \frac{€}{\text{Quartal}} = \frac{Q^*}{2} \cdot k_L = \frac{250\,ME}{2} \, k_L$$

$$\Leftrightarrow k_L = \frac{100 \frac{€}{Qu.} \cdot 2}{250\,ME} = 0{,}8 \boxed{\frac{€}{ME \cdot \text{Quartal}}}$$

$$k_S \neq K_S$$

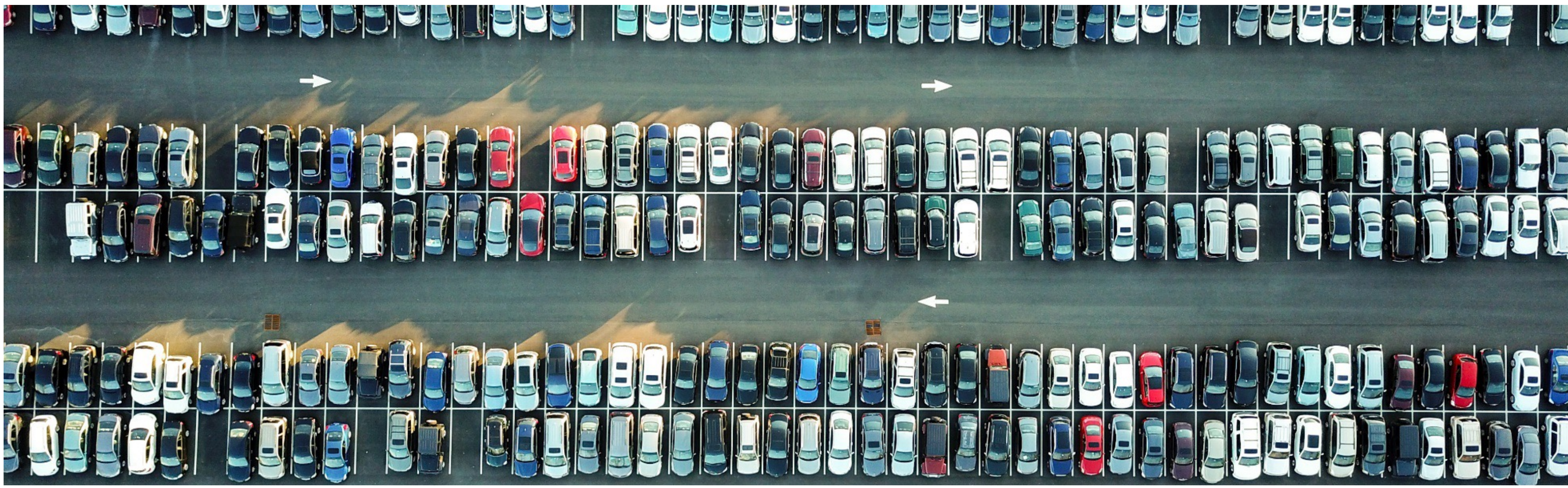
$$k_L \neq K_L$$

Im EOQ Modell:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k^s \cdot d}{k^l}}$$

- d Nachfrage in Periode t
- q Bestellmenge
- k^s Kosten pro Bestellung
- k^l Lagerkosten je Mengeneinheit und Zeitperiode

Fakultät VII Wirtschaft und Management
Industrielles Produktions- und Dienstleistungsmanagement
Kristian Bänsch
Office ID FH 4-7, Fraunhoferstr. 33-36, 10587 Berlin



http://pom.tu-berlin.de