POM-Basics - Einführung in Produktions- und Dienstleistungsmanagement

Photo by Micheile Henderson on Unsplash

Themenblock 4

Übung - Bestandsmanagment

Fakultät VII Wirtschaft und Management
Production and Operations Management
Prof. Dr. Thomas Volling

Agenda

- Das (s,Q)-Lagerhaltungsmodell
  - Das Modell
  - Übung 5.1 – Bestandsmanagement II
  - Übung 4.9 – Backwerk

OMT Kapitel 7

- Das Zeitungsjungenmodell
  - Das Beispiel aus der Vorlesung
  - Das Modell
  - Übung 4.4 – Bio-Erdbeeren
  - Übung 4.5 – die Molkerei

OMT Kapitel 6

Das (s,Q) Modell

Bestellpunkt: s

Bestellmenge: Q

$$s^* = l \cdot b + z_\alpha \cdot \sigma \cdot \sqrt{l}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k^s \cdot b}{k^l}}$$

Das (s,q) Lagerhaltungsmodell

Annahmen:

- Mehrperiodenmodell
- Nachfrage ist unsicher, erwartete Nachfragerate b
- Die Nachfragemengen unterschiedlicher Perioden sind normalverteilt und voneinander unabhängig
- Es kann zu jedem Zeitpunkt bestellt werden zu Bestellkosten k^s
- Lagerhaltungskosten pro Mengen- und Zeiteinheit k^l
- Lieferzeit: l

(s,Q)

Bestellpunkt s adressiert Tradeoff zwischen Überbestand und Fehl− menge innerhalb der Lieferzeit

Bestellmenge Q adressiert Tradeoff zwischen Bestell- und Lagerhaltungskosten

Bei gegebenem α-Servicegrad:

$$s^* = l \cdot b + z_\alpha \cdot \sigma \cdot \sqrt{l}$$

↳ Ab welchem Bestand bestellen?

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k^s \cdot b}{k^l}}$$

↓ wie viel bestellen?

Die Idee

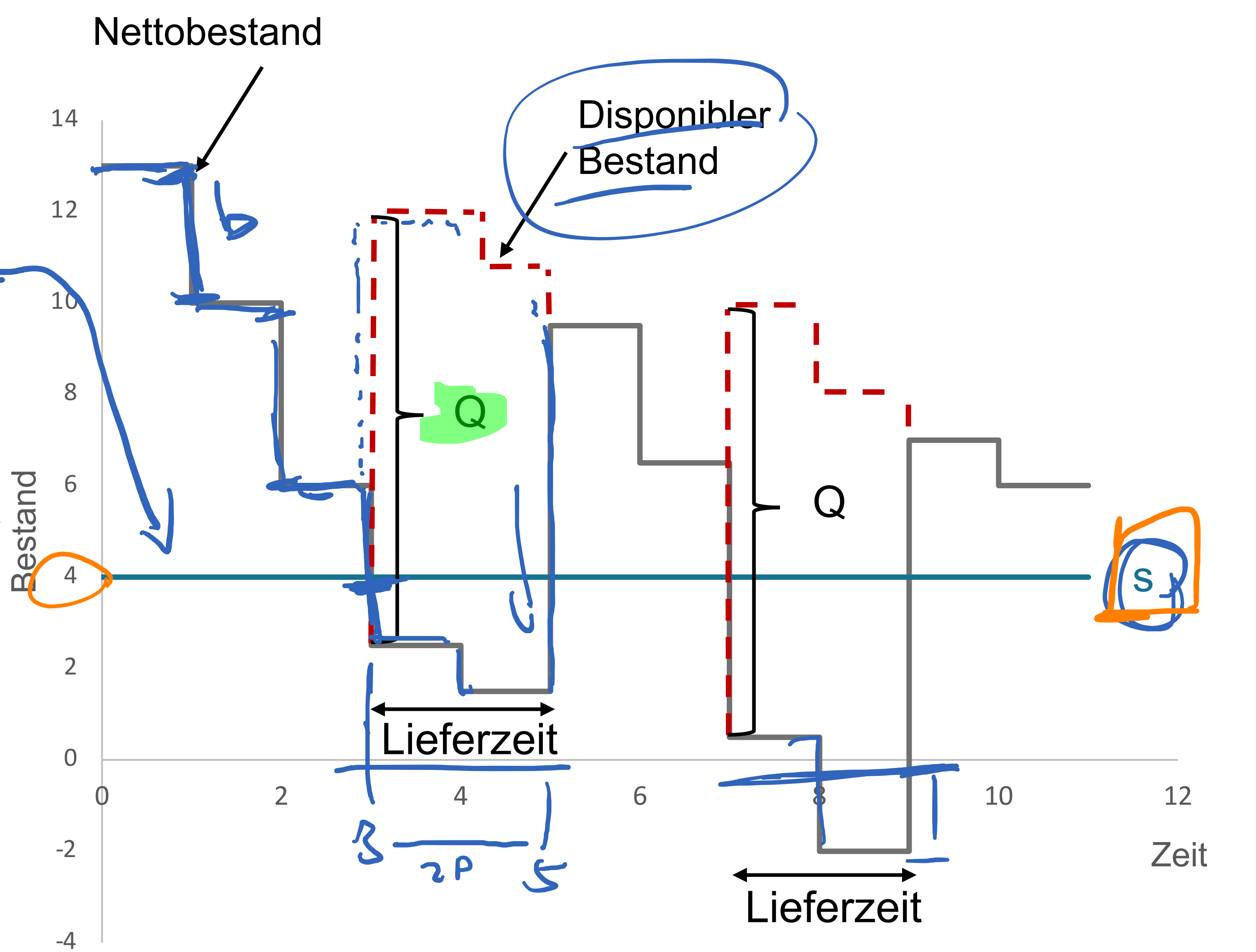
Bestellpunkt: s

Bestellmenge: Q

$$s^* = l \cdot b + z_\alpha \cdot \sigma \cdot \sqrt{l}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k^s \cdot b}{k^l}}$$

Sicherheitsbestand



(s,Q) Politik bei Bestellpunkt s = 4 ME, Bestellmenge Q= 10 ME und Lieferzeit von l = 2.

5.1 – Bestandsmanagement II

Bestellpunkt: s

Bestellmenge: Q

$$s^* = l \cdot b + z_\alpha \cdot \sigma \cdot \sqrt{l}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k^s \cdot b}{k^l}}$$

$$\nu = \frac{s - l \cdot b}{\sqrt{l} \cdot \sigma} = F_Z^{-1}(\alpha)$$

Die Nachfrage pro Tag sei normalverteilt mit Erwartungswert 50 ME und Standardabweichung 20 ME. Die Länge der Wiederbeschaffungszeit betrage zwei Tage. Die Bestellmenge sei bereits auf Q=250 ME festgelegt.

a. Berechnen Sie den jeweils benötigten Bestellpunkt s und den dazugehörigen Sicherheitsbestand, der
   i. zu einem α-Servicegrad von 99% führt;

$$s^* = 2 \cdot 50 + \boxed{2{,}33 \cdot 20 \cdot \sqrt{2}}$$

$$= 166 \text{ ME}$$

66 ME

in Klammer auf 2 Stellen nach Komma runden

   ii. zu einem α-Servicegrad von 95% führt.

$$s^* = 2 \cdot 50 + 1{,}65 \cdot 20 \cdot \sqrt{2}$$

$$= 147$$

47

5.1 – Bestandsmanagement II

Bestellpunkt: s

Bestellmenge: Q

$$s^* = l \cdot b + z_\alpha \cdot \sigma \cdot \sqrt{l}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k^s \cdot b}{k^l}}$$

$$\nu = \frac{s - l \cdot b}{\sqrt{l} \cdot \sigma} = F_Z^{-1}(\alpha)$$

z	F(z)	z	F(z)
1,00	0,841345	1,60	0,945201
1,01	0,843752	1,61	0,946301
1,02	0,846136	1,62	0,947384
1,03	0,848495	1,63	0,948449
1,04	0,850830	1,64	0,949497
1,05	0,853141	1,65	0,950529
1,06	0,855428	1,66	0,951543
1,07	0,857690	1,67	0,952540

.   .

.   .

.   .

2,32	0,989830	2,92	0,998250
2,33	0,990097	2,93	0,998305
2,34	0,990358	2,94	0,998359
2,35	0,990613	2,95	0,998411
2,36	0,990863	2,96	0,998462

Kennzahlen des Bestandscontrolling

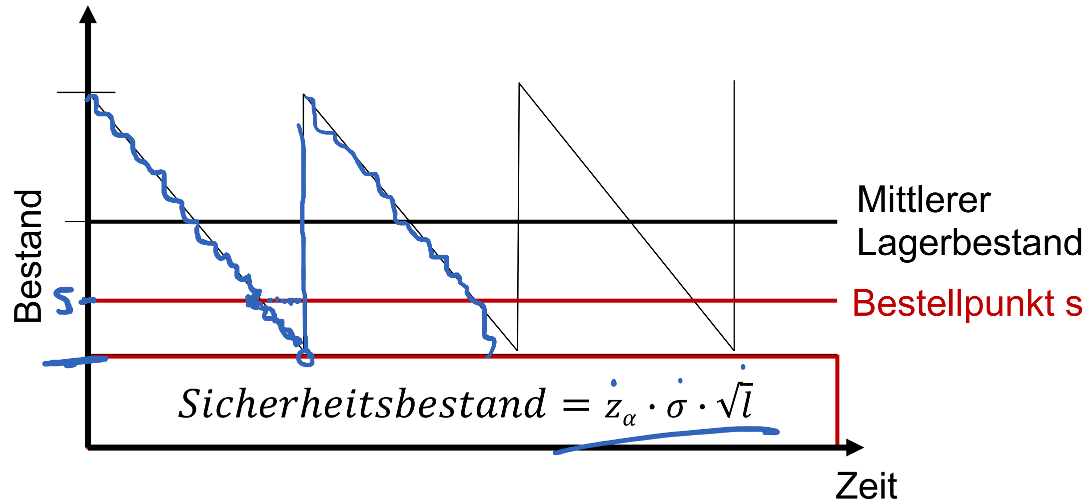
Bestellpunkt: s

Bestellmenge: Q

$$s^* = l \cdot b + z_\alpha \cdot \sigma \cdot \sqrt{l}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k^s \cdot b}{k^l}}$$

Idealisierter Lagerbestand bei (s,Q)



		Im (s,Q) Modell
Durchschnittlicher Lagerbestand	$\frac{\text{Summe der Periodenbestände}}{\text{Periodenanzahl}}$	$z_\alpha \cdot \sigma \cdot \sqrt{l} + \boxed{\frac{Q}{2}}$
Umschlagshäufigkeit im Lager	$\frac{\text{Lagerabgänge pro Periode}}{\text{Durchschnittlicher Lagerbestand}}$	$\frac{\boxed{b}}{z_\alpha \cdot \sigma \cdot \sqrt{l} + Q/2}$
Lagerreichweite	$\frac{\text{Aktueller Lagerbestand am Stichtag}}{\text{Durchschnittlicher Bedarf pro Periode}}$	$\frac{\text{akt. Lagerbestand}}{b}$

5.1 – Bestandsmanagement II

Bestellpunkt: s

Bestellmenge: Q

$$s^* = l \cdot b + z_\alpha \cdot \sigma \cdot \sqrt{l}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k^s \cdot b}{k^l}}$$

b. Wie hoch ist der durchschnittliche Lagerbestand?

i) $\frac{Q}{2} + SB = \frac{250}{2} + 66 = 191$

ii) $\sim = \frac{250}{2} + 47 = 172$

c. Wie hoch ist die Umschlagshäufigkeit?

i) $\frac{b}{\varnothing \text{Bestand}} = \frac{50 \frac{ME}{Tag}}{191\ ME} = 0{,}26 \frac{1}{Tag}$ $\left[94{,}9 \frac{1}{Jahr} \right]$

ii) $= \frac{50}{172} = 0{,}29 \frac{1}{Tag}$

d. Zur Zeit befinden sich 8000 Einheiten im Lager. Bestimmen Sie die Lagerreichweite.

$$\frac{8000\ ME}{50 \frac{ME}{T}} = 160\ \text{Tagen}$$

4.9 – Backwerk

Sie erheben als Bestandscontroller von einem Materiallager folgende Zahlen:

	Durchschn. Lagerbestand [€]	Durchschn. Verbrauch = geplanter Bedarf pro Monat [€]
Mehl	40 000	100 000
Zucker	25 000	7 500
Verpackungsmaterial	25 000	5 000
Gesamt	90 000	112 500

a) Berechnen Sie die durchschnittliche Lagerreichweite für das Material „Mehl“. (Geben Sie das Ergebnis in Tagen an, wobei 1 Monat = 30 Tage.)

$$\frac{40\,TE}{100\,TE/M} = 0{,}4\,M \xrightarrow{30} 12 \text{ Tage}$$

4.9 – Backwerk

b) Berechnen Sie die Umschlagshäufigkeit des Materials „Mehl“ (pro Monat).

$$\frac{b}{\varnothing \text{ Bestand}} = \frac{100T \frac{€}{M}}{40T\ €} = 2{,}5\ \frac{1}{M}$$

c) Berechnen Sie die Umschlagshäufigkeit des Materials „Zucker“ (pro Monat).

$$= \frac{7{,}5}{2{,}5} = 0{,}3\ \frac{1}{M}$$

Agenda

- Das (s,Q)-Lagerhaltungsmodell
  - Das Modell
  - Übung 5.1 – Bestandsmanagement II
  - Übung 4.9 – Backwerk

OMT Kapitel 7

- Das Zeitungsjungenmodell
  - Das Beispiel aus der Vorlesung
  - Das Modell
  - Übung 4.4 – Bio-Erdbeeren
  - Übung 4.5 – die Molkerei

OMT Kapitel 6

Allgemein formuliert

Fehlmengenkosten c_u (engl. understocked) vs. Überbestands-kosten c_o (engl. overstocked)

Die optimale Bestellmenge Q* ist das kleinste Q mit

$$P(D \leq Q) \geq \boxed{\frac{\boldsymbol{c_u}}{\boldsymbol{c_o} + \boldsymbol{c_u}}}$$

Kritisches Verhältnis

Fehlmengenkosten $\boldsymbol{c_u}$

Die realisierte Nachfrage ist größer als die Bestellmenge.

$(\boldsymbol{D} > \boldsymbol{Q})$

c_u ist der Betrag, um den man besser dastehen würde, wenn man eine Einheit mehr bestellt hätte.

Im Beispiel :
+Gewinn
(Opportunitätskosten)

Zusätzlich denkbar:
-Kundenverärgerung wenn Produkt ausverkauft

Überbestandskosten $\boldsymbol{c_o}$

Die realisierte Nachfrage ist kleiner als die Bestellmenge.

$(\boldsymbol{D} < \boldsymbol{Q})$

c_o ist der Betrag, um den man besser dastehen würde, wenn man eine Einheit weniger bestellt hätte.

Im Beispiel:
+Bestellkosten

Zusätzlich denkbar:
-Entsorgungskosten

4.4 - Bio-Erdbeeren

Photo by Johnny Martínez on Unsplash

Ein kleiner Bio-Supermarkt in einer sehr dünn besiedelten Gegend hat in seinem Sortiment Erdbeeren in Schalen. Am Anfang jeder Woche bekommt er eine neue Lieferung. Die Bestellung dazu muss in der Vorwoche aufgegeben werden. Da die Nachfrage sehr unterschiedlich ist und die Erdbeeren aus der letzten Woche nicht weiter verkauft werden können, stellt sich die Frage nach der Anzahl der zu bestellenden Schalen Q.

In der folgenden Tabelle ist die Nachfrage d an Schalen mit Erdbeeren pro Woche durch die Zufallsvariable D beschrieben:

d	$P[D = d]$
0	0.1
1	0.2
2	0.3
3	0.3
4	0.1

Das Zeitungsjungen Modell

Zielkonflikt zwischen Kosten der Bestandsführung und Fehlmengenkosten

Photo by Johnny Martínez on Unsplash

4.4 - Bio-Erdbeeren

a. Berechnen Sie die (kumulative) Verteilungsfunktion $F_D(q) = \boxed{P(D \leq d)}$. Sie gibt an, wie wahrscheinlich es ist, dass die realisierte Nachfrage nach Schalen mit Erdbeeren pro Woche kleiner oder gleich d ist.

d	$\boxed{P(D = d)}$	$P(D \leq d)$
0	0.1	0.1
1	0.2	$P(D=0)+P(D=1) = 0.1 + 0.2 = 0.3$
2	0.3	0.6
3	0.3	0.9
4	0.1	1

Das Zeitungsjungen Modell

4.4 - Bio-Erdbeeren

Zielkonflikt zwischen Kosten der Bestandsführung und Fehlmengenkosten

Photo by Johnny Martínez on Unsplash

d	$P[D = d]$	P(D≤d)
0	0.1	0.1
1	0.2	0.3
2	0.3	0.6
3	0.3	0.9
4	0.1	1

b. Nehmen Sie an, es würden drei Schalen Erdbeeren bestellt (Beschaffungsmenge Q=3). Wie hoch ist der Erwartungswert der Nachfrage, die nicht befriedigt werden konnte (Fehlmenge)? Wie hoch ist der Erwartungswert der am Ende der Woche nicht verkauften Schalen mit Erdbeeren (Restmenge)?

Fehlmenge f	
0	$1-0{,}1 = 0.9 = P(D\leq 3)$
1	$P(D=4) = 0{,}1$

1

Restmenge r	
3	$P(D=0) = 0.1$
2	$P(D=1) = 0.2$
1	$P(D=2) = 0.3$
0	$P(D=3)+P(D=4) = 0{,}4$

1

4.4 - Bio-Erdbeeren

Zielkonflikt zwischen Kosten der Bestandsführung und Fehlmengenkosten

Die optimale Bestellmenge Q* ist das kleinste Q mit

$$P(D \leq Q) \geq \boxed{\frac{c_u}{c_o + c_u}}$$

Kritisches Verhältnis

d	$P[D \leq d]$
0	0.1
1	$\boxed{0.3}$
2	0.6
3	0.9
4	1

c. Angenommen eine Schale Erdbeeren kostete $\boxed{1.50€}$ im Einkauf und im Supermarkt wird diese für $\boxed{2€}$ angeboten. Ermitteln Sie die Menge zu bestellender Schalen Q, welche den Gewinn maximiert.

$c_u = 2€ - 1{,}50€ = \underline{0{,}50\,€}$

$\underline{c_o} = \underline{1{,}50\,€}$

$P(D \leq \underline{q^*}) \underline{\geq} \frac{0.50}{1.5 + 0.5} = \underline{0{,}25}$

$q^* = 1$

Das Zeitungsjungen Modell

Zielkonflikt zwischen Kosten der Bestandsführung und Fehlmengenkosten

Die optimale Bestellmenge q* ist das kleinste q mit

$$P(D \leq Q) \geq \boxed{\frac{c_u}{c_o + c_u}}$$

Kritisches Verhältnis

d	$P[D \leq d]$
0	0.1
1	0.3
2	0.6
3	0.9
4	1

4.4 - Bio-Erdbeeren

d. Wie groß muss die Bestellmenge Q mindestens sein, damit die Wahrscheinlichkeit, dass keine Fehlmenge auftritt, bei mindestens 60% liegt?

α-Servicegrad

$0{,}6 = P(D \leq d)$

Das Zeitungsjungen Modell

Zielkonflikt zwischen Kosten der Bestandsführung und Fehlmengenkosten

Die optimale Bestellmenge q* ist das kleinste q mit

$$P(D \leq Q) \geq \boxed{\frac{c_u}{c_o + c_u}}$$

Kritisches Verhältnis

d	$P[D = d]$
0	0.1
1	0.2
2	0.3
3	0.3
4	0.1

4.4 - Bio-Erdbeeren

α-Servicegrad

e. Wie hoch sind das Servicelevel und die Fill Rate, wenn Q=3 Schalen bestellt werden? Wie hoch sind die beiden Werte bei der Gewinn maximierenden Bestellmenge?

Servicelevel $(q=3) = 90\%$

$\leq$

Fill Rate β-Servicegrad

$$\frac{E(\text{erfüllte Nachfrage})}{E(\text{gesamte Nachfrage})}$$

$$= \frac{0 \times 0.1 + 1 \times 0.2 + 2 \times 0.3 + 3 \times 0.3 + \boxed{3} \times 0.1}{0 \times 0.1 + 1 \times 0.2 + 2 \times 0.3 + 3 \times 0.3 + \boxed{4} \times 0.1}$$

$$= \frac{2}{2.1} = 0.95$$

Photo by Annie Spratt on Unsplash

4.5 – die Molkerei

Eine Molkerei produziert Frischkäse, den sie jeden Morgen auf einem Großmarkt anbietet. Zur Produktion des Käses wird der Molkerei jeden Tag frische Milch geliefert, die am Vortag bestellt wird. Eine Nachlieferung am selben Tag ist nicht möglich.
Zur Herstellung einer Packung Käse wird in der Fabrik ein Liter Milch verwendet. Die Molkerei verwendet nur frische Milch und verkauft ihren Käse auch nur frisch. Es gibt kein Lager.

Um die Nachfrage für Frischkäse Packungen pro Tag auf dem Großmarkt zu schätzen, werden die Verkaufszahlen von 40 Verkaufstagen ausgewertet:
An 4 der 40 Verkaufstage wurden 200 Käselaibe, an 8 Tagen 250, an 12 Tagen 300 Käselaibe, an 10 Tagen 350 Käselaibe und an 6 Tagen 400 Käselaibe verkauft.

Fehlmengenkosten c_u vs. Überbestandskosten c_o

Die optimale Bestellmenge Q* ist das kleinste Q mit

$$P(D \leq Q) \geq \boxed{\frac{c_u}{c_o + c_u}}$$

Kritisches Verhältnis

4.5 – die Molkerei

An 4 der 40 Verkaufstage wurden 200 Käselaibe, an 8 Tagen 250, an 12 Tagen 300 Käselaibe, an 10 Tagen 350 Käselaibe und an 6 Tagen 400 Käselaibe verkauft.

a. Ermitteln sie aus den Daten die empirische Verteilungsfunktion der Nachfrage pro Tag für Käse auf dem Großmarkt.

d	# Tage	$P(D=d)$	$P(D\leq d)$
200	4	$4/40 = 0.1$	0.1
250	8	0.2	0.3
300	12	0.3	0.6
350	10	0.25	0.85
400	6	0.15	1
	40	1	~~X~~

Zusatzfrage: Was hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass 350 Käselaibe sicher verkauft werden?

4.5 – die Molkerei

Fehlmengenkosten c_u vs. Überbestandskosten c_o

Die optimale Bestellmenge Q* ist das kleinste Q mit

$$P(D \leq Q) \geq \boxed{\frac{\boldsymbol{c_u}}{\boldsymbol{c_o} + \boldsymbol{c_u}}}$$

Kritisches Verhältnis

α-Servicegrad bzw. Servicelevel$= P(D \leq Q)$

β-Servicegrad bzw.

Fill Rate$= \frac{\mathrm{E}(\min\{\mathrm{D}, Q\})}{\mathrm{E}(\mathrm{D})}$

b. Welchen α-Servicegrad erreicht die Molkerei bei einer Bestellmenge von 250 Packungen?

30%

d	$P[D \leq d]$
200	0.1
250	0.3
300	0.6
350	0.85
400	1.0

4.5 – die Molkerei

Fehlmengenkosten c_u vs. Überbestandskosten c_o

Die optimale Bestellmenge Q* ist das kleinste Q mit

$$P(D \leq Q) \geq \boxed{\frac{\boldsymbol{c_u}}{\boldsymbol{c_o + c_u}}}$$

Kritisches Verhältnis

d	$P[D \leq d]$
200	0.1
250	0.3
q^* 300	0.6
350	0.85
400	1.0

c. Angenommen, der Gewinn an einem Käselaib sei 1.50 Euro und der Einkaufspreis eines Liters Milch sei 1 Euro (weitere Produktionskosten werden als fix angenommen). Wie groß ist die gewinnmaximierende Bestellmenge?

$C_u = 1.50$ € $C_o = 1$ €

$$\frac{1.5}{1.5+1} = 0.6$$

$$P(D \leq q^*) \geq 0.6$$

$$q^* = 300$$

Das Zeitungsjungen Modell

Fehlmengenkosten c_u vs. Überbestandskosten c_o

Die optimale Bestellmenge Q* ist das kleinste Q mit

$$P(D \leq Q) \geq \boxed{\frac{c_u}{c_o + c_u}}$$

Kritisches Verhältnis

α-Servicegrad bzw. Servicelevel= $P(D \leq Q)$

β-Servicegrad bzw.

Fill Rate= $\frac{\mathrm{E}(\min\{\mathrm{D}, Q\})}{\mathrm{E}(\mathrm{D})}$

4.5 – die Molkerei

d. Berechnen Sie den β-Servicegrad (Fill Rate) für die in Aufgabenteil c berechnete Bestellpolitik.

$q^* = 300$

d	$P[D = d]$
200	0.1
250	0.2
300	0.3
350	0.25
400	0.15

$$\frac{200 \times 0{,}1 + 250 \times 0{,}2 + 300 \times 0{,}3 + 300 \times 0{,}25 + 300 \cdot 0{,}15}{307{,}5}$$

$$= \frac{280}{307{,}5} \approx 0{,}91$$

Das Zeitungsjungen Modell

Fehlmengenkosten c_u vs. Überbestandskosten c_o

Die optimale Bestellmenge Q* ist das kleinste Q mit

$$P(D \leq Q) \geq \boxed{\frac{\boldsymbol{c_u}}{\boldsymbol{c_o} + \boldsymbol{c_u}}}$$

Kritisches Verhältnis

4.5 – die Molkerei

e. Wie ändert sich die optimale Bestellmenge, wenn die nicht zu Frischkäse verarbeitete Milch noch für 0.50€ an eine benachbarte Puddingfabrik verkauft werden kann?

$C_u = 1.50€$

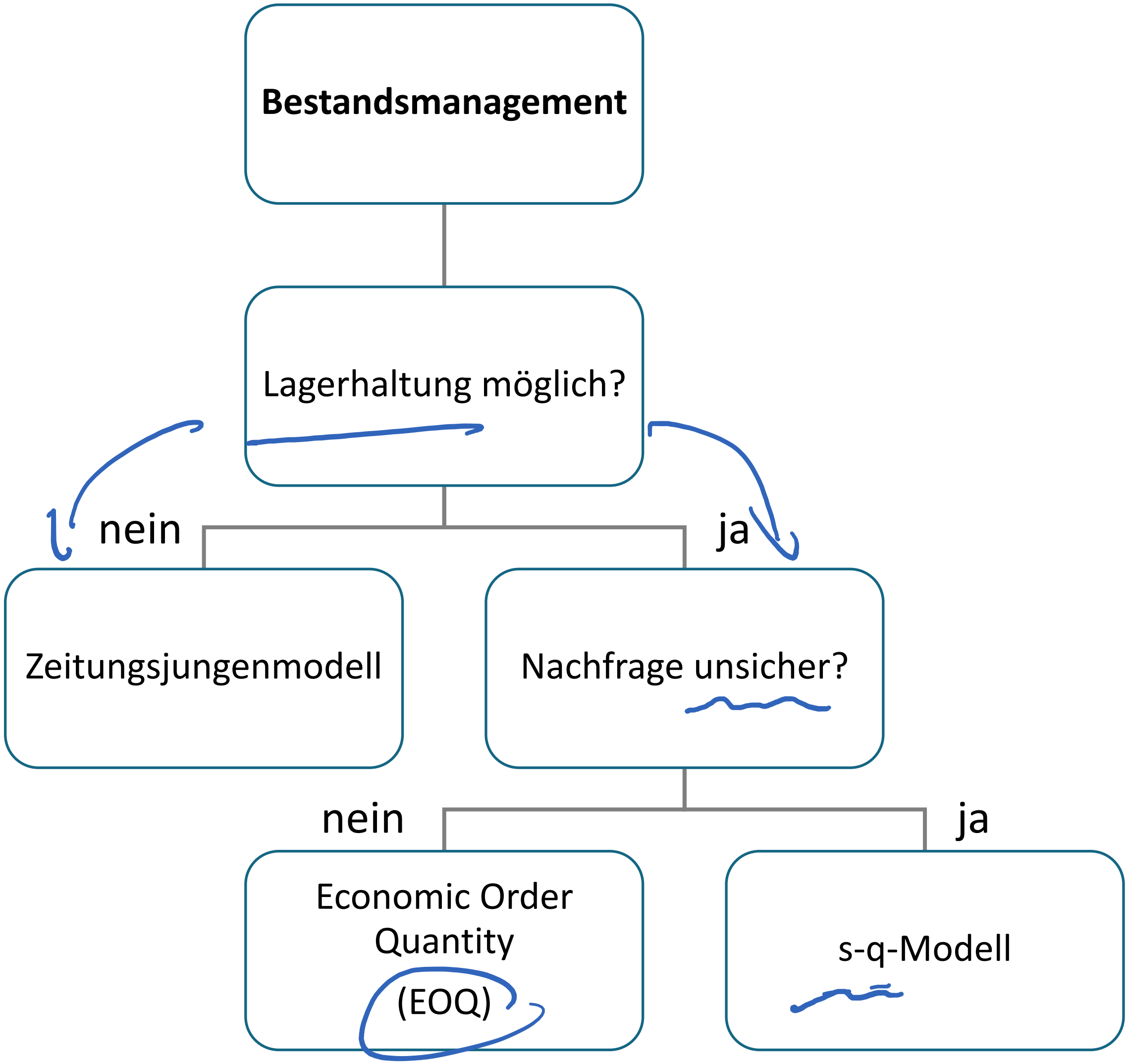
$C_o = 1€ - 0.5€ = 0.5$

d	$P[D \leq d]$
200	0.1
250	0.3
300	0.6
350	0.85
400	1.0

$$\frac{1.50}{1.5 + 0.5} = 0.75$$

$q^* = 350$

Welches Modell verwenden wir bei Bestellungen?



Welches Modell verwenden wir bei der Produktion?

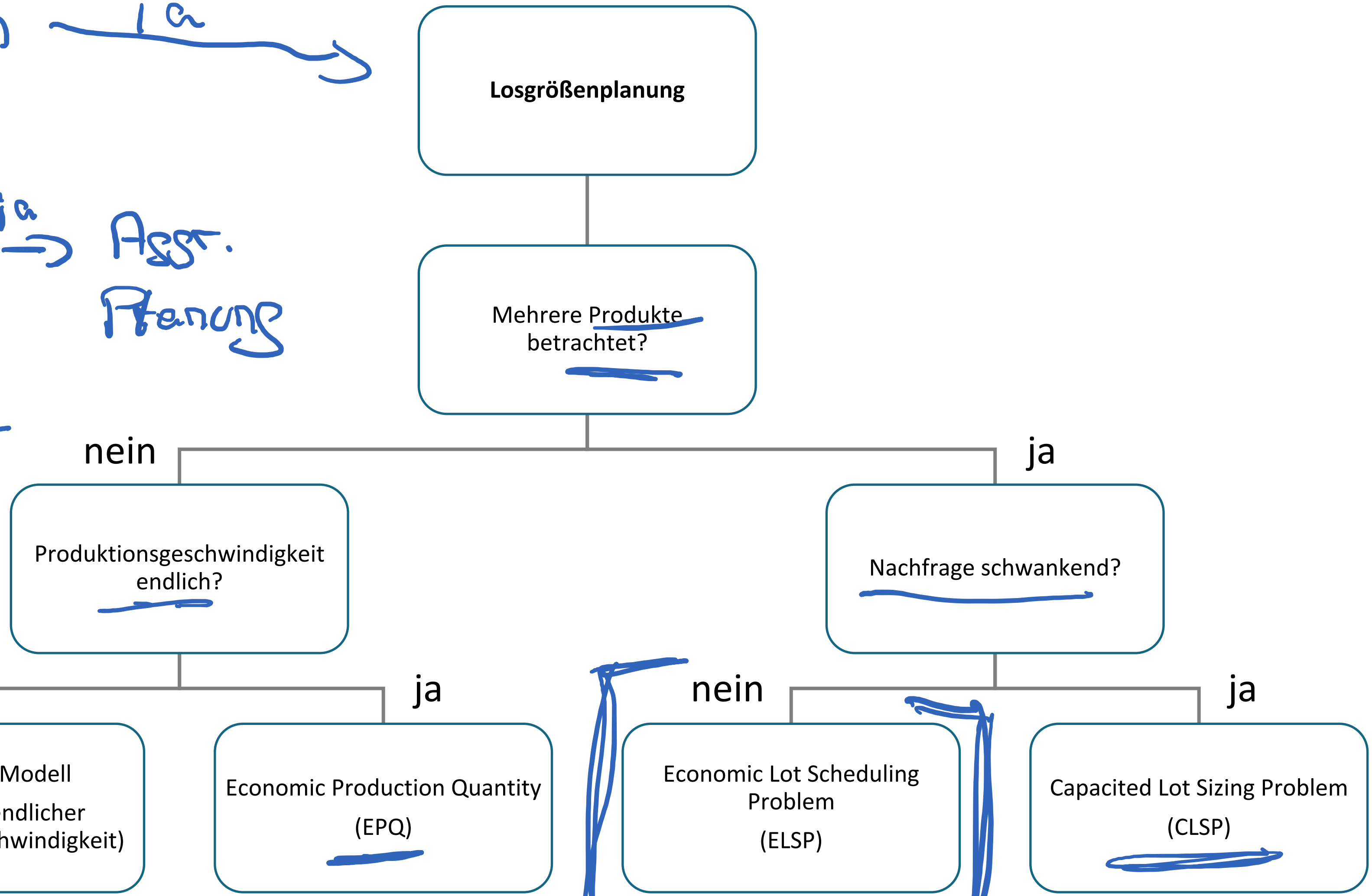
Rüsten —ja→

↓ nein

mehrere Perioden —ja→ Agg. Planung

↓ nein

Produktionsprogrammplanung



Fakultät VII Wirtschaft und Management
Fachgebiet Production and Operations Management
Kristian Bänsch
FH 4-7, Fraunhoferstr. 33-36, 10587 Berlin

Photo by Micheile Henderson on Unsplash

http://pom.tu-berlin.de