

Aufgabenkatalog Produktionsmanagement

Thema 0 – Statistikauffrischung	3
Aufgabe 0.1 – das Sportwarengeschäft.....	3
Aufgabe 0.2 – Lufthansa	3
Aufgabe 0.3 – Aluminiumbleche.....	3
Aufgabe 0.4 – Kettensägen.....	4
Aufgabe 0.5 - Schrauben.....	4
Aufgabe 0.6 – Schokoriegel.....	6
Thema 1 – Modellierung von Produktionsprozessen.....	7
Aufgabe 1.1 – Effiziente Produktion I	7
Aufgabe 1.2 – Effiziente Produktion II	7
Aufgabe 1.3 – Stufigkeit.....	8
Aufgabe 1.4 – die Bollerwagenproduktion.....	9
Aufgabe 1.5 – Antriebswellenfertigung	10
Aufgabe 1.6 – Additive Fertigung	10
Aufgabe 1.7 – Effizienzanalyse Recycling.....	11
Aufgabe 1.8 – Effizienzanalyse Wahr oder Falsch.....	12
Thema 2 – Leistungsanalyse.....	13
Aufgabe 2.1 – Wahr oder Falsch?	13
Aufgabe 2.2 – Geldautomat und Faltungsmaschine.....	13
Aufgabe 2.3 – Arbeitsvermittlung	13
Aufgabe 2.4 – Fast Food Drive Through.....	13
Aufgabe 2.5 – Consulting HR	13
Aufgabe 2.6 – Variabilität	14
Aufgabe 2.7 – die Mensa.....	14
Aufgabe 2.8 – das Bahnunternehmen.....	14
Aufgabe 2.9 – ProTUce Einführung in die Spielmaske	15
Thema 3 – Produktionsprogrammplanung und aggregierte Planung	17
Aufgabe 3.1 – LP Isolierungsmittel	17
Aufgabe 3.2 – LP Schränke.....	18

Aufgabe 3.3 – Privatbrauerei	18
Aufgabe 3.4 – Whiteboard.....	23
Aufgabe 3.5 – Fahrzeughersteller.....	23
Aufgabe 3.6 – Beispiel 1 Taschen mit Änderung	24
Aufgabe 3.7 – Aggregierte Planung allgemein	24
Aufgabe 3.8 – Aggregierte Planung Flexibilitätsinstrumente.....	24
Aufgabe 3.9 – Aggregierte Planung mit höherem Lagerkostensatz, Julia.....	25
Aufgabe 3.10 – Aggregierte Planung mit Lagerhaltung und Fremdbezug I, Julia.....	25
Aufgabe 3.11 – Aggregierte Planung mit Lagerhaltung und Fremdbezug II, Julia.....	25
Thema 4 – Losgrößenplanung (bei statischer Nachfrage).....	27
Aufgabe 4.1 - Rahmspinat.....	27
Aufgabe 4.2 – Brötchenverkauf.....	27
Aufgabe 4.3 - Gummistiefel.....	27
Aufgabe 4.4 – Bio-Erdbeeren	28
Aufgabe 4.5 – die Molkerei	29
Aufgabe 4.6 – Bestandsmanagement I.....	29
Aufgabe 4.7 - Fahrradhelme	29
Aufgabe 4.8 – Sonnenbrillen Cases	30
Aufgabe 4.9 - Backwerk.....	30
Aufgabe 4.10 - Schokoladenfabrik.....	30
Aufgabe 4.11 – Sonnenbrillen Cases II.....	31
Aufgabe 4.12 - Kostenkurven	31
Aufgabe 4.13 - Einordnung	32
Aufgabe 4.14 - Klausurkorrektur	32
Thema 5 – Losgrößenplanung (bei dynamischer Nachfrage).....	33
Aufgabe 5.1 – Bestandsmanagement II.....	33
Aufgabe 5.2 - Modeunternehmen	33
Aufgabe 5.3 – CLSP ohne Julia	34
Aufgabe 5.4 – der Masterstudent beim Babybrei-Hersteller.....	35
Aufgabe 5.5 – Wandfarbe	36
Aufgabe 5.6 – Produktionsplan	38

Aufgabe 5.7 – Druckerei.....	38
Aufgabe 5.8 – Reihenfolgeplanung I.....	39
Aufgabe 5.9 – Reihenfolgeplanung II.....	40
Aufgabe 5.10 – ProTUce Bestandsmanagement.....	40

Thema 0 – Statistikauffrischung

Aufgabe 0.1 – das Sportwarengeschäft

Auf der Grundlage vergangener Erfahrungen schätzt der Einkäufer eines großen Sportwarengeschäfts, dass die Nachfrage nach Fahrrädern mit 10-Gang-Schaltung irgendwo zwischen 40 und 90 Stück liegen wird. Er nimmt die folgende Verteilung an:

Nachfrage x	40	50	60	70	80	90
Wahrscheinlichkeit p(x)	0.05	0.15	0.41	0.34	0.04	0.01

- Zeichnen Sie die kumulative Verteilungsfunktion der Zufallsvariablen X, die die Nachfrage nach Fahrrädern beschreibt.
- Was ist die erwartete Nachfrage?
- Wie groß ist die Standardabweichung?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle Fahrräder verkauft werden, falls 60 Fahrräder vom Geschäft bestellt werden? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass einige Fahrräder nicht verkauft werden?
- Wie viele Fahrräder müssten mindestens bestellt werden, um fast sicher (95%) zu sein, genügend Fahrräder vorrätig zu haben, um die Nachfrage zu befriedigen?
- Was sind die betriebswirtschaftlichen Implikationen der gegebenen Lösungen?

Aufgabe 0.2 – Lufthansa

Lufthansa gibt für den Flug von Chicago nach Frankfurt eine Flugzeit von 8 Stunden und 12 Minuten an. Es wird angenommen, dass die tatsächlichen Flugzeiten gleichverteilt zwischen 7 Stunden 50 Minuten und 8 Stunden 30 Minuten sind.

- Zeichnen Sie den Graphen der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion und die (kumulative) Verteilungsfunktion für die Flugzeiten.
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Flug mehr als 5 Minuten Verspätung hat?
- Wie groß ist der Erwartungswert der Flugzeit? Wie groß ist die Standardabweichung?
- Was sind die betriebswirtschaftlichen Implikationen der gegebenen Lösungen?

Aufgabe 0.3 – Aluminiumbleche

Eine Berliner Montagefirma wurde mit der Erneuerung der Fassade einiger TU Berlin Gebäude beauftragt. Dafür sollen Aluminiumbleche genutzt werden. Die Montagefirma schneidet diese vor der Montage vor. Dabei haben die Bleche eine Durchschnittlänge von

175cm mit einer Standardabweichung von 8 cm. Falls die Bleche eine Länge von 193cm überschreiten, müssen sie nochmals zugeschnitten werden, da diese sonst nicht in den Transporter passen.

- Sei X die Länge eines zufällig ausgewählten Aluminiumbleches. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Blech zu groß für den Transport ist?
- Angenommen, die Montagefirma verlangt, dass der Anteil der zugeschnittenen Bleche, die nicht transportiert werden können, bei maximal 5% liegen soll. Was wäre das in diesem Fall anzunehmende Höchstmaß?

Aufgabe 0.4 – Kettensägen

Die Einkäuferin eines Baumarkts schätzt die Anzahl nachgefragter Kettensägen zwischen 40 und 80. Auf der Grundlage vergangener Erfahrungen schätzt sie, dass die Nachfrage wie folgt verteilt ist:

Nachfrage x	40	50	60	70	80
Wahrscheinlichkeit $p(x)$	0.05	0.25	0.3	0.25	0.15

- Was ist die erwartete Anzahl nachgefragter Kettensägen?
- Wie groß ist die Standardabweichung?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle Kettensägen verkauft werden, falls die Einkäuferin 60 Kettensägen bestellt?

Aufgabe 0.5 - Schrauben

Eine Maschine produziert Schrauben. Die Schrauben sollen mit der Länge 2 cm verkauft werden und dürfen im Bereich 1.99 cm bis 2.02 cm liegen. Die Abweichung der Schraubenlänge ist normalverteilt mit einer Standardabweichung 0.2 mm.

- Wie groß ist der Anteil an verkaufbaren Schrauben (in %) im Verhältnis zur Menge der gesamtproduzierten Schrauben, wenn die Maschine Schrauben mit einem Erwartungswert von 2 cm produziert?
- Ist es möglich mit der gleichen Maschine durch eine Änderung des Erwartungswerts mehr brauchbare Schrauben zu produzieren?
- Wie groß ist der Anteil an verkaufbaren Schrauben (in %) im Verhältnis zur Menge der gesamtproduzierten Schrauben, wenn die Schraubenlänge gleichverteilt mit einem Erwartungswert von 2 cm und einer Standardabweichung von $\sqrt{1/3}$ mm ist?
- Wie groß ist der Anteil der Schrauben (in %), die verkauft werden können, wenn die Schrauben wie folgt produziert wurden:

Schraubenlänge (in cm)	1.980	1.985	1.990	1.995	2.000	2.005	2.010	2.015	2.020
---------------------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Anzahl	32	68	104	153	296	149	102	65	31
--------	----	----	-----	-----	-----	-----	-----	----	----

Aufgabe 0.6 – Schokoriegel

In einer Fabrik werden Schokoriegel produziert. Das Gewicht eines Riegels soll durchschnittlich 50 Gramm betragen. Aufgrund maschineller Ungenauigkeiten hat das Gewicht der Ware eine Standardabweichung von fünf Gramm. Gehen Sie davon aus, dass diese Abweichung normalverteilt ist.

- Welches Gewicht wird von 60 % der Schokoriegel unterschritten?
- Wie viele Riegel können maximal verkauft werden, wenn wir pro Tag 80.000 Stück produzieren und das Gewicht der Riegel um zwei Gramm vom Erwartungswert abweichen darf?
- Ist die vorliegende Produktion effizient? Begründen Sie kurz.

Thema 1 – Modellierung von Produktionsprozessen

Aufgabe 1.1 – Effiziente Produktion I

Gegeben sei die folgende Technikmatrix einer linearen Technik:

$$M = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

- Zeichnen Sie den zur Technikmatrix M gehörigen I/O-Graphen.
- Charakterisieren Sie die Technik hinsichtlich Stufigkeit. Charakterisieren Sie zusätzlich die Grundaktivitäten und ggf. die einstufige Technik hinsichtlich Strukturtyp.
- Stellen Sie das allgemeine algebraische Modell in x/y -Schreibweise auf.
- Zeichnen Sie die drei Aktivitäten der Technik in ein zweidimensionales Output-Output-Diagramm ein und untersuchen Sie die Aktivitäten grafisch auf Dominanz. Kennzeichnen Sie den effizienten Rand der Technik unter der Annahme, dass alle Objektarten als erwünscht betrachtet werden.
- Beschreiben Sie kurz, wie sich der effiziente Rand der Technik verändert, wenn Objektart 3 als unerwünscht betrachtet wird?

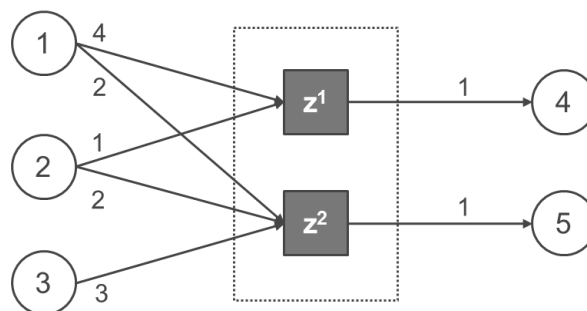
Gehen Sie nun davon aus, dass alle Input- und Output-Objektarten erwünscht sind. Die jeweiligen Marktpreise der einzelnen Objektarten betragen:

$$p_1 = 4; \quad p_2 = 8; \quad p_3 = 12$$

- Welche Aktivität liefert unter Anwendung linearer Erfolgskfunktionen den höchsten Erfolg, wenn das Unternehmen lediglich ökonomische Ziele verfolgt?

Aufgabe 1.2 – Effiziente Produktion II

Gegeben sei der folgende I/O-Graph einer linearen Technik:

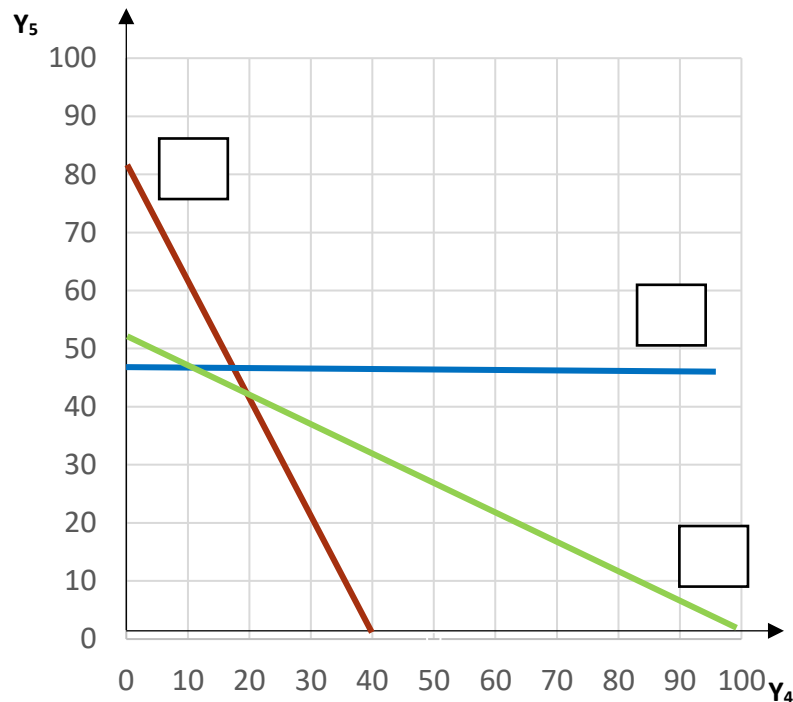


- Stellen Sie formal sowohl die Technikmatrix M als auch die Technik T auf. Gehen Sie dabei davon aus, dass sich die Grundaktivitäten linear kombinieren lassen.

Ihnen stehen die drei Inputfaktoren in folgenden Mengen zur Verfügung:

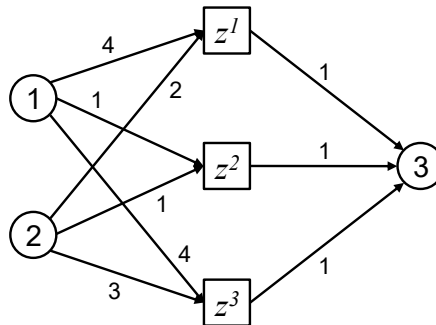
Inputfaktor	1	2	3
Vorrat [ME]	160	100	135

- b. Stellen Sie die Restriktionen in Abhängigkeit der Produktionsmengen y_4 und y_5 auf und ordnen Sie die gezeichneten Nebenbedingungen Ihren Restriktionen zu. Schraffieren Sie den Produktionsraum Z unter der Annahme, dass die Technik linear ist.



Aufgabe 1.3 – Stufigkeit

Eine Produktion wird durch den folgenden Input-/Output-Graphen beschrieben.



- Charakterisieren Sie den abgebildeten I/O-Graphen hinsichtlich Stufigkeit. Charakterisieren Sie zusätzlich die Grundaktivitäten und ggf. die einstufige Technik hinsichtlich Strukturtyp.
- Stellen Sie formal die diskrete Technik T auf.
- Die Objektarten 2 und 3 werden als erwünscht, die Objektart 1 als unerwünscht betrachtet. Zeichnen Sie die drei Aktivitäten der Technik in ein zweidimensionales Input-Output-Diagramm ein und untersuchen Sie die Aktivitäten grafisch auf Dominanz. Kennzeichnen Sie den effizienten Rand der Technik in dem Diagramm.
- Wie verändert sich der effiziente Rand der Technik, wenn alle Objektarten als erwünscht betrachtet werden?

Aufgabe 1.4 – die Bollerwagenproduktion

Ihr Unternehmen stellt zwei verschiedene Bollerwagen-Typen her: den Family-Bollerwagen und den Party-Bollerwagen. Für beide Bollerwagen-Typen werden jeweils vier Räder, zwei Achsen und eine Deichsel benötigt. Darüber hinaus wird für den Family-Bollerwagen 2.5 m² Holz und für den Party-Bollerwagen 1.5 m² Holz verbraucht. In den Family-Bollerwagen werden des Weiteren zwei Kindersitze, in den Party-Bollerwagen eine Getränkehalterung verbaut.

- Nennen Sie die relevanten Objektarten sowie die Grundaktivitäten.
- Zeichnen Sie den I/O-Grafen der Bollerwagenproduktion.
- Stellen Sie formal die Technikmatrix M auf.
- Stellen Sie formal Technik T auf unter der Voraussetzung, dass sie additiv ist.

Sie überlegen, wie Sie das Produktionsprogramm für das nächste Jahr auslegen sollen. Die für die Entscheidung relevanten Fertigungs- und Absatzzahlen haben Sie in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

Produkt	Maximale Absatzmenge [Stück]	Lagerbestände für das nächste Jahr [Stück]				
		Räder	Achsen	Deichseln	Kindersitze	Getränkehalter
Family-BW	600	4800	1800	1400	1000	700
Party-BW	550					

Insgesamt stehen Ihnen im nächsten Jahr für die Produktion der beiden Produkte 2100 m² Holz zur Verfügung.

- Bestimmen Sie formal das Restriktionsfeld R sowie den Produktionsraum Z .
- Bestimmen Sie grafisch den Produktionsraum Z .
Hinweis: Grafisch genügt die Darstellung als Produktionsdiagramm.

Aufgabe 1.5 – Antriebswellenfertigung

Um eine bessere Planung der Gesamtzusammenhänge zu ermöglichen, soll eine Antriebswellenherstellung als mehrstufige Produktion modelliert werden. Nehmen Sie an, dass Zwischenprodukte auch hinzugekauft oder verkauft werden können.

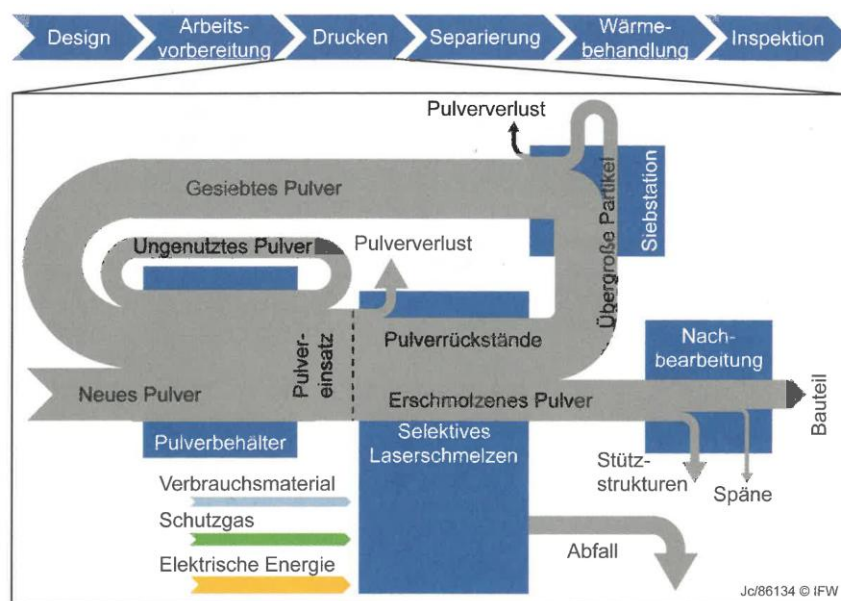
Gegeben sei die folgende Technikmatrix M :

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 30 & -1 & 0 \\ 0 & -0,2 & 0 \\ 0 & -30 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0,5 \end{pmatrix}$$

- Zeichnen Sie den I/O-Graphen. Wie viele Input- und Outputobjektarten sowie Zwischenprodukte besitzt diese Technik? Wie viele Zyklen sind in dem Prozess enthalten?

Aufgabe 1.6 – Additive Fertigung

Gegeben sei die Prozesskette zur Herstellung von Bauteilen mit Hilfe des „selektiven Laserschmelzens“, auch 3D-Druck genannt:



- Zeichnen Sie den I/O Graphen des 3D-Druckprozesses. Welche Informationen benötigen Sie hierfür?

- b. Charakterisieren Sie die abgebildete Produktion hinsichtlich Stufigkeit. Charakterisieren Sie zusätzlich die Grundaktivitäten und ggf. die einstufige Technik hinsichtlich Strukturtyp sowie sonstiger Besonderheiten.
- c. Stellen Sie formal die Technikmatrix M auf.
- d. Stellen Sie formal die Technik T auf.
- e. Stellen Sie das algebraische Modell in x/y-Schreibweise unter der Annahme auf, dass Zwischenprodukte zugekauft und veräußert werden können.
- f. Gehen Sie davon aus, dass der Prozess die Herstellung einer Charge abbildet. Eine Charge wiederum enthält 4 Bauteile. Ein Bauteil kann für 5€ verkauft werden, alle originären Einsatzfaktoren kosten 1€ je Einheit. Bestimmen Sie den Gewinn je Bauteil.

Aufgabe 1.7 – Effizienzanalyse Recycling

Ein Recyclingunternehmen kauft vorsortierten Plastikmüll (in Tonnen) ein und hat drei Alternativen der Verwertung um industrielle Plastikpellets herzustellen (in 100 kg). Gegeben sind die folgenden drei Aktivitäten der Technik $T = \{z^1, z^2, z^3\}$:

$$z^1 = \begin{pmatrix} -1,5 \\ -2,5 \\ 0,5 \end{pmatrix} \quad z^2 = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad z^3 = \begin{pmatrix} -8 \\ -8 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- a. Untersuchen Sie die drei Aktivitäten der Technik $T = \{z^1, z^2, z^3\}$ jeweils paarweise auf Dominanz. Gehen Sie dabei davon aus, dass alle In- und Outputobjektarten erwünscht sind.
- b. Zeichnen Sie die drei Aktivitäten in ein zweidimensionales Diagramm ein und kennzeichnen Sie den effizienten Rand der Technik. Gehen Sie dabei davon aus, dass alle In- und Outputobjektarten erwünscht sind.
- c. Das Unternehmen hat eine Sortiermaschine erworben und kann nun unsortierten Müll (gegen eine Gebühr) recyceln. Wie verändert sich der effiziente Rand, wenn beide Inputobjektarten unerwünscht sind? Die Outputobjektart bleibt erwünscht.

Aufgabe 1.8 – Effizienzanalyse Wahr oder Falsch

- a. Die Grundaktivitäten z^1 , z^2 und z^3 werden miteinander verglichen. Die Grundaktivität z^1 ist immer effizient, wenn...

	wahr	falsch
...sie z^2 und z^3 dominiert.		
...sie von keiner anderen Grundaktivität dominiert wird.		
...sie bezogen auf eine erwünschte Objektart den höchsten Koeffizienten hat.		
...sie z^2 dominiert.		
...sie Teil des effizienten Randes ist.		
...sie bei einem graphischen Vergleich am nordöstlichsten liegt.		

Thema 2 – Leistungsanalyse

Aufgabe 2.1 – Wahr oder Falsch?

- Der Variationskoeffizient des Ankunftsprozesses kann kleiner als 0 sein.
- Ein Variationskoeffizient kann größer als 1 sein.
- Wenn die Auslastung ρ eines Bediensystems gegen 100% geht, dann geht die Wartezeit $E(W_q)$ gegen die Servicezeit $E(T_s)$.

Aufgabe 2.2 – Geldautomat und Faltungsmaschine

- Welche Auslastung (in %) besitzt ein Geldautomat, der von 60 Personen am Tag benutzt wird und pro Person eine mittlere Bearbeitungszeit von zwei Minuten benötigt?
- Eine idealisierte, niemals defekte Faltungsmaschine ist zu 50% ausgelastet. Genau alle drei Minuten werden über ein Fließband neue Werkstücke angeliefert. Wie lautet der Erwartungswert der Bearbeitungszeit eines Werkstücks an der Maschine (in min)?

Aufgabe 2.3 – Arbeitsvermittlung

Bei einer Arbeitsvermittlung haben sich Kunden über einen Mangel an Sitzplätzen im Warteraum beschwert. Das Kartenziehgerät im Warteraum zeigt an, dass zwischen den Ankünften von zwei Kunden im Mittel 15 Minuten vergehen. Weiterhin ergab sich bei der Auswertung der Aufzeichnungen der elektrischen Türen, dass die Kunden durchschnittlich drei Stunden im Warteraum verbringen. Derzeit befinden sich 10 Stühle im Warteraum. Nehmen Sie bitte an, dass alle Kunden, die eine Karte ziehen, warten bis sie bedient werden und nicht vorzeitig die Arbeitsvermittlung verlassen. Nach Verlassen des Warteraums wird der Service hier nicht weiter berücksichtigt, d.h. die Servicezeit wird außer Acht gelassen und beträgt für die weiteren Berechnungen Null.

- Was ist die Ankunftsrate λ (in Kunden pro Stunde)?
- Wie viele zusätzliche Stühle sollten die Mitarbeiter mindestens aufstellen, damit bei durchschnittlicher Belegung des Warteraums jeder Kunde einen Platz findet?

Aufgabe 2.4 – Fast Food Drive Through

In einem durchgehend geöffneten Fast Food Drive Through mit einem Bedienschalter kommt im Durchschnitt alle 6 Minuten ein neues Auto an. Die Standardabweichung der Zwischenankunftszeit ist 3 Minuten. Die Bedienung dauert mit jeweils gleicher Wahrscheinlichkeit entweder 2 oder 4 Minuten.

- Wie hoch ist die Auslastung?
- Was ist der Variationskoeffizient des Ankunftsprozesses?
- Was ist der Variationskoeffizient des Bedienprozesses?
- Wie lange ist die durchschnittliche Zeit, die ein Kunde warten muss, bis er sein Essen in den Händen hält?

Aufgabe 2.5 – Consulting HR

Die Beratungsfirma „GrowOrGo“ beschäftigt Berater auf drei verschiedenen Stufen: Associates, Manager und Partner. Die Firmengröße ist seit 30 Jahren stabil. Genauer gesagt waren und sind in der Firma genau 200 Associates, 60 Manager und 20 Partner.

Bei „GrowOrGo“ herrscht ein starker Konkurrenzkampf unter den Mitarbeitern. Nach vier Jahren als Associate werden Berater entweder zum Manager befördert oder entlassen. Nach sechs Jahren als Manager wird man entweder Partner oder man muss die Firma verlassen.

Die Firma stellt ausschließlich auf Associate-Ebene ein. Ein Partner bleibt für weitere 10 Jahre in der Firma bevor er sich nach insgesamt 20 Jahren Firmenzugehörigkeit zur Ruhe setzt.

- Wie viele Neueinstellungen nimmt die Firma durchschnittlich pro Jahr vor?
- Wie viel Prozent der neu eingestellten Berater werden es zur Partner-Ebene schaffen?

Aufgabe 2.6 – Variabilität

Gegeben seien zwei Bahnverbindungen. Bei Bahnverbindung 1 ist die Zwischenankunftszeit mit 80% Wahrscheinlichkeit 1 Minute und mit 20% 6 Minuten. Bei Bahnverbindung 2 ist die Zwischenankunftszeit mit 80% Wahrscheinlichkeit 1 Stunde und 1 Minute und mit 20% 1 Stunde und 6 Minuten.

- Welcher Prozess hat für Sie intuitiv eine höhere Variabilität?
- Berechnen Sie die Standardabweichung und den Variationskoeffizienten der Zwischenankunftszeiten der beiden Prozesse.

Aufgabe 2.7 – die Mensa

Sarah betritt um 12:30 Uhr die Mensa und möchte etwas essen. Es werden zwei Gerichte angeboten, die ihr schmecken: Burger und Pizza. Um 13:00 Uhr beginnt Sarahs Vorlesung. Sie benötigt immer genau 15 Minuten zum Verspeisen einer Mahlzeit. Sarah kennt die Daten, die das Studierendenwerk zur Abfertigung der Essensausgabe in der Mensa erhoben hat.

	Burger	Pizza
$E(T_a)$	45 sek	2 min
$\sigma(T_a)$	4 min	6 min
$E(T_s)$	30 sek	40 sek
$\sigma(T_s)$	1 min	2 min

- In welcher Warteschlange muss sich Sarah einreihen, um möglichst zeitnah ihr Essen zu erhalten?
- Wann schafft sie es voraussichtlich, mit dem Essen fertig zu sein? Kommt sie zu spät zur Vorlesung?

Aufgabe 2.8 – das Bahnunternehmen

Rückerstattungsanträge von Kunden werden von einer Mitarbeiterin der Customer Service Abteilung bearbeitet. Zur Bearbeitung eines Antrags werden durchschnittlich 20 Minuten benötigt, wobei durch den formlosen Aufbau des Antrags die Standardabweichung bei 15 Minuten liegt. Pro Stunde treffen vier neue Anträge ein, mit einer Standardabweichung von fünf Minuten.

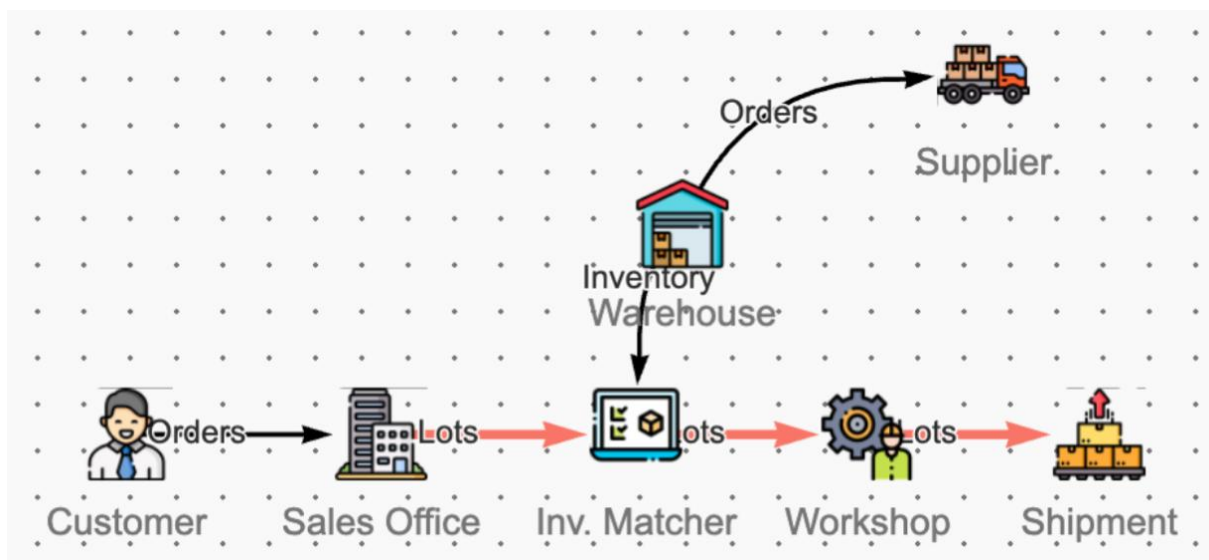
- Das Unternehmen möchte eine Angabe zur voraussichtlichen Wartezeit hinzufügen. Es wurde jedoch festgestellt, dass die Kingman-Abschätzung in diesem Szenario nicht

angewendet werden kann. Wo liegt das Problem und was sind die langfristigen Folgen der aktuellen Wartezeit-Situation?

- b. Das Unternehmen möchte nun versuchen, die Wartezeit zu verkürzen. Machen Sie Vorschläge zur Reduktion der erwarteten Wartezeit. (Schauen Sie sich als Hilfe die Formel für die Kingman-Abschätzung genau an.)
- c. Es wurden viele Verbesserungsvorschläge angenommen und der Prozess wurde angepasst. Die Unternehmensleitung möchte nun sofort auf Basis der frisch erhobenen Daten die voraussichtliche Wartezeit berechnen. Warum sollten sie dies noch nicht sofort machen?

Aufgabe 2.9 – ProTUce | Einführung in die Spielmaske

Im Laufe des Semesters wird zur Vertiefung der in den Lehrveranstaltungen vermittelten Inhalte die Plattform *insyted* genutzt. Mit *insyted* können verschiedene Ablaufprozesse dargestellt und analysiert werden. Dabei werden die Wechselwirkungen zwischen Kunden, Verkauf, Lagerhaltung und Werkstatt simuliert. Ziel von Aufgabe 2.9 ist es, sich mit der Spielmaske vertraut zu machen und die gelernten Inhalte der Leistungsanalyse anzuwenden.



Das Sales Office eines Online-Warenhändlers erhält regelmäßig alle 10 min eine neue Bestellung. Jede Bestellung besteht aus einem Produkt. Im Sales Office werden zusätzlich weitere Informationen, wie die angegebene Lieferzeit, der Preis der Bestellung und eventuelle Versandkosten des Kunden, erfasst.

Nach Eingang einer Bestellung wird diese direkt an den Inventory-Matcher weitergeleitet. Der Inventory-Matcher überprüft, ob das geforderte Produkt im Lager verfügbar ist. Im Rahmen der Leistungsanalyse gehen wir davon aus, dass das Lager stets ausreichend bestückt ist und dass keine weiteren Kosten anfallen.

Anschließend wird jede Bestellung in den Workshop weitergeleitet. Im Workshop wird das bestellte Produkt aus dem Lager entnommen, verpackt und für den Versand vorbereitet. Die Bearbeitung einer Bestellung im Workshop dauert 40 Minuten. Sobald eine Bestellung abgeschlossen wurde, wird diese

ohne weiteres Zeitvergehen direkt an den Kunden geliefert. Im Workshop arbeiten immer 3 Arbeiter gleichzeitig.

Arbeiten Sie für ein besseres Verständnis parallel mit dem Spiel. Folgen Sie dazu dem angegebenen Link und erstellen Sie sich ein Benutzerkonto. → [INSYSTED](#)

- a. Ermitteln Sie die Auslastung des Workshops anhand der gegebenen Parameter.
- b. Was bedeutet die Auslastung für den Online-Warenhändler?
- c. Welche Maßnahmen können ergriffen werden, um die aufgeführten Punkte aus Aufgabe b zu vermeiden?
- d. Wenn eine Bestellung mehr als 24 Stunden benötigt, um an den Kunden geliefert zu werden, zahlt der Kunde für die Bestellung nichts. Wie hoch ist der Umsatz nach einer Woche (7 Tage)?
- e. Maximieren Sie mithilfe der Erkenntnisse aus Aufgabe c ihren Umsatz. Die Anstellung eines weiteren Mitarbeiters für die gesamte Woche kostet 5.000 EUR. Begonnen wird mit einem Startkapital in Höhe von 10.000 EUR. Eine Bestellung generiert einen Umsatz von insgesamt 60 EUR, solange die Lieferzeit eingehalten wird.

Thema 3 – Produktionsprogrammplanung und aggregierte Planung

Aufgabe 3.1 – LP Isolierungsmittel

Ein Isolierungs-Betrieb stellt zwei verschiedene Typen von Isolierungen her: Typ B und Typ R. Beide werden von derselben Maschine hergestellt. Die Maschine kann jede Mischung an Output produzieren, solange das Gesamtgewicht 70 Tonnen pro Tag nicht übersteigt.

Die Isolierung verlässt den Betrieb im LKW; bis zu 30 LKW können pro Tag beladen werden. Eine LKW-Ladung von Typ B wiegt 1.4 Tonnen; eine LKW-Ladung von Typ R wiegt 2.8 Tonnen. Jeder LKW kann Typ B, Typ R oder eine Mischung von beiden transportieren. Die Isolierung enthält ein flammenfestes Mittel, das aktuell nur eingeschränkt lieferbar ist. Der Betrieb kann höchstens 65 Kanister des Mittels pro Tag beziehen. Eine LKW-Ladung des Typs B benötigt einen Input in Höhe von 2.5 Kanistern des Mittels, während eine LKW-Ladung des Typs R nur einen Kanister benötigt. Es scheint keine Schwierigkeiten zu geben, den kompletten Output zu verkaufen, unabhängig vom Produktionsmix, der gewählt wird.

Carla Linton, die Managerin des Betriebs, ist aktuell dabei, Daten zur Bestimmung der Deckungsbeiträge pro LKW-Ladung von Typ B und R zu bestimmen.

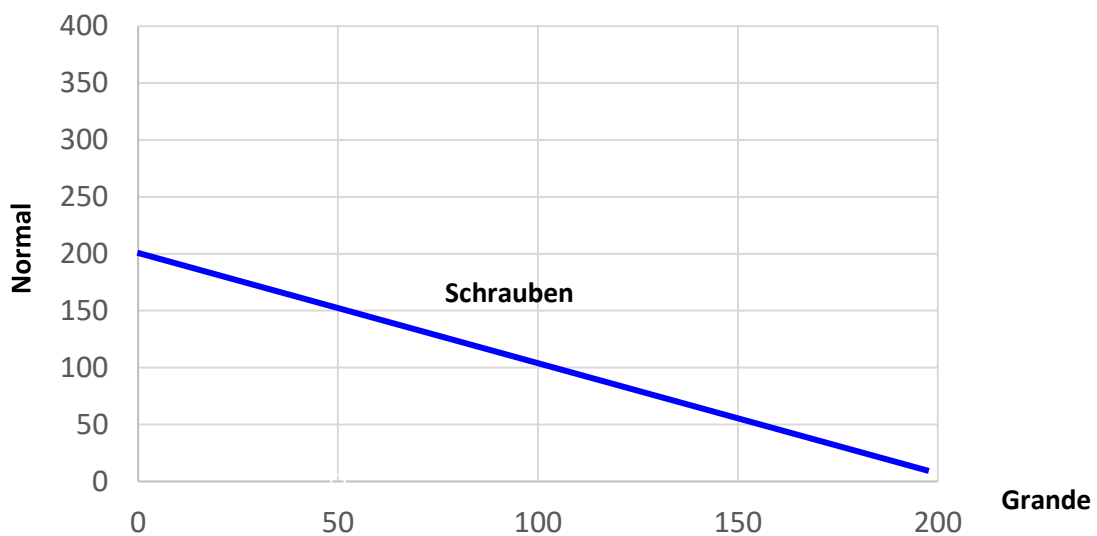
- Geben Sie alle Eckpunkte $(x_B; x_R)$ des zulässigen Lösungsraums an.
- Hinweis: Zeichnen Sie die Nebenbedingungen in ein $x_B - x_R$ -Diagramm. Überlegen Sie, welche der Punkte die Eckpunkte des resultierenden zulässigen Lösungsraums sind.
- Aktuell werden täglich 5 LKW Ladungen von Typ B und 20 von Typ R hergestellt. Die Deckungsbeiträge der Isolierungen sind Ihnen nicht bekannt. Kann dieser Produktionsplan optimal sein? Begründen Sie!
- Carla Linton hat ausgerechnet, dass (unter Berücksichtigung der aktuellen Preise) eine LKW-Ladung von Typ B 950 € und von Typ R 1200 € Deckungsbeitrag bringt. Welche Menge der beiden Typen von Isolierungen sollte produziert werden, um in diesem Fall den Gewinnbeitrag zu maximieren?

Hinweis: Sie können diese Aufgabe rechnerisch und graphisch lösen.

- Carla stellte einen Fehler in ihren Berechnungen fest. In der Tat sind die Deckungsbeiträge 1000 € je LKW Ladung für Typ B und 1050 € für Typ R und Mengen von 10 Einheiten Typ B und 20 Einheiten Typ R ergeben das optimale Produktionsprogramm.
 - Wie hoch ist die Auslastung der Maschine, wenn gemäß dem optimalen Produktionsprogramm produziert wird?
 - Wenn mehr Kanister des flammenfesten Mittels bezogen werden könnten, würde die optimale Menge von Typ B steigen, fallen, oder gleichbleiben? Bitte begründen Sie!
 - Wenn die Maschine täglich 84 statt 70 Tonnen pro Tag produzieren könnte, würde die optimale Menge von Typ B steigen, fallen, oder gleichbleiben? Begründen Sie!

Aufgabe 3.2 – LP Schränke

Ein Möbelhersteller stellt zwei verschiedene Schränke her, eine Variante „Normal“ und eine Variante „Grande“. Beide Varianten werden aus demselben Holz gefertigt, die Normalvariante benötigt dabei 6 m² Holz und die Variante Grande 20 m². Pro Tag stehen lediglich 2400 m² Holz zur Verfügung. Zum Verschrauben steht eine bestimmte Menge an Schrauben pro Tag zur Verfügung, wobei beide Varianten genau 20 Schrauben benötigen. Außerdem benötigt die Normalvariante 4 Scharniere und die Grande Variante 9 Scharniere. Pro Tag können dem Möbelhersteller 900 Scharniere zugeliefert werden. Aufgrund des günstigen Verkaufspreises bestehen keine Absatzgrenzen. Alle produzierten Schränke werden sicher auch verkauft. Die Deckungsbeiträge betragen 10 Euro für die Variante Normal und 15 Euro für die Variante Grande. Aktuell werden 50 Schränke vom Typ Grande und 100 Schränke vom Typ Normal hergestellt.



- Wie viele Schrauben stehen pro Tag zur Verfügung?
- Formulieren Sie das lineare Problem zur Produktionsprogrammplanung.
- Ermitteln Sie graphisch das gewinnoptimierende Produktionsprogramm und geben Sie den maximalen Gewinnbeitrag an.
- Markieren Sie im obigen Diagramm alle zulässigen Produktionsprogramme, die den gleichen Gesamtdeckungsbeitrag erzielen wie das aktuelle Produktionsprogramm.
- Ist der Gesamtdeckungsbeitrag des optimalen Produktionsprogramms größer als der aktuell erzielte Gesamtdeckungsbeitrag, kleiner, oder gleich? Begründen Sie Ihre Antwort kurz.
- Für die Montage der Schränke werden genau alle 5 Minuten die Scharniere, Holz und Schrauben für einen Schrank geliefert. Die Montage eines Schrank selbst dauert im Durchschnitt 4 Minuten. Im Schnitt befinden sich 144 Schrauben in der Montage (am Gerät selbst sowie davor). Wie groß ist die Standardabweichung der Montagezeit?

Aufgabe 3.3 – Privatbrauerei

Eine kleine Privatbrauerei produziert zwei verschiedene Biere, ein Helles und ein Dunkles. Wir betrachten einen mehrstufigen Produktionsprozess, der sich aus dem Herstellen und dem Abfüllen der hergestellten Biere zusammensetzt. Dazu stehen zwei Maschinen mit unterschiedlichen Kapazitäten

zur Verfügung. Da die Brauerei am Wochenende nicht produziert und die Produktion von Woche zu Woche gleichbleibend ist, betrachten wir repräsentativ eine Woche, also die Produktion von Montag bis Freitag einschließlich. Sonstige relevante Daten können dem untenstehenden Julia Code entnommen werden.

Julia-Code:

Mengen

$i \in (1, \dots, I)$ Produkte

$j \in (1, \dots, J)$ Ressourcen

$t \in (1, \dots, T)$ Zeiten

Variablen

$X_{it} \geq 0$ Produktionsmenge

$A_{it} \geq 0$ Absatzmenge

$L_{it} \geq 0$ Lagerbestand

$F_{it} \geq 0$ Fremdbezug

$Z_{jt} \geq 0$ Zusatzkapazität

Parameter

e_i Erlös

k_i^v variable Kosten

k_i^l Lagerkostensatz

k_j^z Überstundenkostensatz

k_i^f Fremdbezugskosten

d_{it} Nachfrage

d_{it}^{min} Absatzuntergrenze

r_{ij} Produktionskoeffizient

c_j Kapazität

l_{start} Anfangslagerbestand

z_j^{max} max. Zusatzkapazität

f_i^{max} max. Fremdbezug

Mengen und Parameter

Fügen Sie die Mengen ein.

```
#Mengen
Produkte = ["Hell", "Dunkel"];
Ressourcen = ["Herstellen", "Abfüllen"];
Perioden = ["Mo", "Di", "Mi", "Do", "Fr"];

#Längen
I = length(Produkte);
J = length(Ressourcen);
T = length(Perioden);
```

Fügen Sie die Parameter ein.

```
#Herstellen, Abfüllen
r = [ 12 4 #Hell
      15 4 #Dunkel ]

#Ressourcenverbrauch von Ressource j durch Produkt i
#Mo, Di, Mi, Do, Fr
d = [ 70 65 75 80 110 #Hell
      55 35 40 65 80 ] #Dunkel

#Nachfrage von Produkt i in Periode t
#Mo, Di, Mi, Do, Fr
dmin = [ 30 30 30 30 30 #Hell
         20 20 20 20 40 ] #Dunkel

#Absatzuntergrenze von Produkt i in Periode t
```

```

c = [750, 250]; #Kapazität der Ressource j
e = [3, 3.5]; #Erlös des Produktes
kf = [0, 0]; #Fremdbezugskostensatz der Produkte
kl = [0.5, 0.5]; #Lagerkostensatz der Produkte
kz = [0.25, 0.2]; #Überstundenkostensatz von Ressource j
kv = [1, 1.25]; #variable Herstellkosten der Produkte
zmax = [300, 300]; #Max. Zusatzkapazität von Ressource j
l_start = [0, 0]; #Anfangslagerbestand der Produkte

#Mo, Di, Mi, Do, Fr
fmax = [ 0 0 0 0 0 #Hell
         0 0 0 0 0 ]; #Dunkel

#Maximaler Fremdbezug von Produkt i in Periode t

```

Entscheidungsvariablen

Definieren Sie die Entscheidungsvariablen. Achten Sie auf die Definitionsbereiche (Nebenbedingung 6):

6) **Nichtnegativitätsbedingung:** Die Entscheidungsvariablen, also die Produktions- und Absatzmengen, Lagerbestände, Fremdbezugsmengen und die in Anspruch genommenen Zusatzkapazitäten dürfen nur positive Werte annehmen, wir setzen deren Nichtnegativität voraus.

$$X_{it}, A_{it}, L_{it}, F_{it} \geq 0 \quad \forall i \in I, t \in T$$

und $Z_{jt} \geq 0 \quad \forall j \in J, t \in T$

```
@variable(m,X[1:I,1:T]>=0,Int); #Produktionsmenge von Produkt i in Periode t
```

```
@variable(m,A[1:I,1:T]>=0,Int); #Absatzmenge von Produkt i in Periode t
```

```
@variable(m,F[1:I,1:T]>=0,Int); #Fremdbezugsmenge von Produkt i in Periode t
```

```
@variable(m,Z[1:J,1:T]>=0,Int); #Zusatzkapazität von Ressource j in Periode t
```

```
@variable(m,L[1:I,0:T]>=0,Int); #Lagerbestand von Produkt i am Periodenende von t
```

Zielfunktion

0) Der **Gesamtdeckungsbeitrag db** soll **maximiert** werden. Dieser berechnet sich hier aus der Summe der einzelnen Produkterlöse abzüglich der variablen Kosten, abzüglich der Lagerkosten, abzüglich der Fremdbezugskosten und wird zusätzlich noch verringert um die Zusatzkapazitätskosten der Ressourcen.

$$\max db = \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T (e_i A_{it} - k_i^v X_{it} - k_i^l L_{it} - k_i^f F_{it}) - \sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T (k_j^z Z_{jt})$$

```
@objective(m, Max, sum(e[i] * A[i,t] - kv[i] * X[i,t] - kl[i] * L[i,t] - kf[i] * F[i,t] for i=1:I for t=1:T)
- sum(kz[j] * Z[j,t] for j=1:J for t=1:T));
```

Nebenbedingungen

1) **Kapazitätsrestriktion:** Die zur Verfügung stehende Kapazität für die auf den einzelnen Ressourcen mögliche Produktionszeit darf nicht überschritten werden. Die Summe der Gesamtproduktionszeit aller Produkte $i = 1, \dots, I$ auf den einzelnen Ressourcen j darf in jeder Periode die jeweils verfügbare Kapazität c_j ergänzt um die Zusatzkapazität o_{jt} nicht überschreiten.

$$\sum_{i=1}^I (r_{ij} \cdot X_{it}) \leq c_j + z_{jt} \quad \forall j \in J, t \in T$$

```
@constraint(m, KapRes[t=1:T, j=1:J], sum(r[i,j] * X[i,t] for i=1:I) <= c[j] + Z[j,t]);
```

UndefinedVarError: @constraint not defined

2) **Absatzober- und untergrenzen:** Für die Produkte existieren Absatzober- und untergrenzen basierend auf der Nachfrage. Die abgesetzte Menge der einzelnen Produkte kann diese Absatzobergrenze in keiner Periode überschreiten.

$$a) \quad A_{it} \leq d_{it} \quad \forall i \in I, t \in T$$

$$b) \quad A_{it} \geq d_{it}^{min} \quad \forall i \in I, t \in T$$

```
@constraint(m, AbsOb[i=1:I, t=1:T], A[i,t] <= d[i,t]);
@constraint(m, AbsUn[i=1:I, t=1:T], A[i,t] >= dmin[i,t]);
```

3) **Lagerbilanz:** Der Lagerbestand eines Produktes am Ende einer Periode berechnet sich aus der Summe der eingelagerten Menge in der Vorperiode, der Produktionsmenge und der Fremdbezugsmenge, abzüglich der abgesetzten Menge des Produktes.

$$L_{it} = L_{i,t-1} + X_{it} - A_{it} + F_{it} \quad \forall i \in I, t \in T$$

```
: @constraint(m, Lager[i=1:I, t=1:T], L[i,t] == L[i,t-1] + X[i,t] + F[i,t] - A[i,t]);
```

4) **Anfangslagerbestand:** Der Anfangslagerbestand aller Produkte entspricht dem initial gesetzten l_{start} .

```
: @constraint(m, AnfLager[i=1:I], L[i,0] == l_start[i]);
```

5) **Max. Zusatzkapazität:** Die eingesetzten Zusatzkapazitäten (Überstunden) für jede Ressource müssen in jeder Periode unter der Obergrenze, der maximalen Zusatzkapazität, bleiben. Die maximale Zusatzkapazität ist für jede Ressource j einzeln gegeben.

$$Z_{jt} \leq z_j^{max} \quad \forall j \in J, t \in T$$

```
: @constraint(m, ZusatzKapa[j=1:J, t=1:T], Z[j,t] <= zmax[j] );
```

6) **Max. Fremdbezug:** Der dazugekaufte Fremdbezug jedes Produktes muss in allen Perioden unter der Obergrenze, dem maximalen Fremdbezug, bleiben. Der maximale Fremdbezug ist für jedes Produkt i einzeln gegeben.

$$F_{it} \leq f_i^{max} \quad \forall i \in I, t \in T$$

```
: @constraint(m, FremdB[i=1:I, t=1:T], F[i,t] <= fmax[i,t] );
```

a. Fragen zum Julia Code

- i. Welches Modell liegt vor?
- ii. Wird in dem vorliegenden Beispiel Bier dazugekauft?
- iii. Wie viele Produktionsstufen gibt es und wo sind diese Informationen abzulesen?
- iv. Wenn die Brauerei am Sonntag vor der Produktionsplanung noch einen Lagerbestand hätte, der in die folgende Woche übernommen werden soll, wäre dies wo einzutragen?

Julia-Output:

```
println("Objective value db: ", JuMP.objective_value(m))
```

Objective value db:

ZZ1

Lassen Sie sich die verschiedenen Mengen anzeigen.

```
JuMP.value.(A)
```

```
2×5 Array{Float64,2}:
35.0 35.0 30.0 30.0 30.0
22.0 22.0 20.0 20.0 40.0
```

```
JuMP.value.(X)
```

```
2×5 Array{Float64,2}:
35.0 35.0 30.0 30.0 30.0
22.0 22.0 XX1 26.0 28.0
```

```
JuMP.value.(L)
```

```
2-dimensional DenseAxisArray{Float64,2,...} with index sets:
 Dimension 1, 1:2
 Dimension 2, 0:5
And data, a 2×6 Array{Float64,2}:
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0 6.0 LL1 0.0
```

```
JuMP.value.(F)
```

```
2×5 Array{Float64,2}:
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
```

```
JuMP.value.(Z)
```

```
2×5 Array{Float64,2}:
0.0 0.0 0.0 0.0 30.0
0.0 0.0 0.0 0.0 0.0
```

b. Julia-Analyse

- i. Wird die Nachfrage immer befriedigt? Begründen Sie.
- ii. Berechnen Sie die Produktionsmenge XX1 von „Dunkel“ am Mittwoch.
- iii. Berechnen Sie die Produktionskosten von Hell und Dunkel für die Woche.
- iv. Berechnen Sie den Lagerbestand LL1 von „Dunkel“ am Donnerstag.
- v. Produziert die Brauerei „on demand“? Begründen Sie.
- vi. Berechnen Sie die Lagerkosten.
- vii. Berechnen Sie die Kosten für die Überstunden.
- viii. Berechnen Sie den Zielfunktionswert.

Aufgabe 3.4 – Whiteboard

Die EnduBoard GmbH stellt Whiteboards her. Neben der herkömmlichen Standard-Variante wird auch eine mit einer kratzfesten Versiegelung versehene Premium-Variante hergestellt. Der Produktionsprozess besteht aus zwei Schritten: Herstellung der Untergrundplatte sowie der Montage des zugekauften Rahmens. Für die Montage stehen pro Woche 224000 min zur Verfügung. Aufgrund häufiger Maschinenausfälle steht für die Plattenherstellung lediglich eine Kapazität von 216000 min pro Woche zur Verfügung.

Sie konnten folgende produktbezogene Daten für die Whiteboardherstellung ermitteln:

	Standard (X_1)	Premium (X_2)
Prozesszeit Plattenherstellung [min]	18	10
Prozesszeit Montage [min]	10	20
Stückerlös [€]	400	600
Variable Stückkosten [€]	300	450
Absatzobergrenze [ME]	10000	8000

- Formulieren Sie das lineare Problem zur Produktionsprogrammplanung.
- Ermitteln Sie graphisch das gewinnoptimierende Produktionsprogramm und berechnen Sie den maximalen Gewinnbeitrag.
- Tipp: Wählen Sie die Achsenbegrenzungen bei 23000 ME und ein Kästchen entspricht 1000 ME.
- Wie groß ist die Auslastung der beiden Produktionsstufen?

Aufgabe 3.5 – Fahrzeughersteller

Der Produktionsprozess eines Fahrzeugherstellers verläuft wie folgt: Die beiden Fahrzeugtypen 1 und 2 durchlaufen einen dreistufigen Fertigungsprozess: die Vorfertigung, die Zwischenfertigung und die Endmontage. Die beiden Fahrzeugtypen teilen sich die Kapazitäten der Vorfertigung und der Zwischenfertigung, die Endmontage erfolgt auf separaten Anlagen.

In der Vorfertigung benötigen Typ 1 und 2 die gleiche Bearbeitungszeit. Insgesamt können dort maximal 1000 Fahrzeuge hergestellt werden. In der Zwischenfertigung fällt für Typ 1 jedoch doppelt so viel Arbeitsaufwand an wie für Typ 2, so dass die Ausbringung zwischen 600 Fahrzeugen (bei ausschließlicher Produktion von Typ 1) und 1200 Fahrzeugen (bei ausschließlicher Produktion von Typ 2) variiert werden kann. Die Endmontage lässt eine maximale Ausbringung von 500 Einheiten des Typs 1 und 900 Einheiten des Typs 2 zu.

Die Stückdeckungsbeiträge der beiden Fahrzeugtypen betragen 4000€ (Typ1) bzw. 6000€ (Typ2).

- Stellen Sie das lineare Optimierungsmodell auf.

- b. Lösen Sie das Problem graphisch.
- c. Berechnen Sie die optimale Lösung und den Zielfunktionswert.

Aufgabe 3.6 – Beispiel 1 Taschen mit Änderung

Betrachten Sie das Beispiel 1 zur Produktionsprogrammplanung aus der Vorlesung. Das Julia-Modell („Produktionsprogrammplanung“) finden Sie im ISIS-Kurs. Gehen Sie von den gleichen Daten wie in dem Beispiel aus, mit der folgenden **Änderung**: Durch einen Anlagenausfall kann nun auch die dritte Produktionsstufe zum Engpass werden. Dort stehen nun nur noch 21000 Fertigungsminuten im nächsten Quartal zur Verfügung. Auf der Stufe 3 benötigt ein Premium 5 Fertigungsminuten und ein DeLuxe 10 Minuten. Passen Sie die Julia-Dateien durch geeignete Erweiterungen und Modifikationen entsprechend an und berechnen Sie erneut das gewinnmaximale Produktionsprogramm.

- a. Geben Sie den Gewinnbeitrag (also den Zielfunktionswert) und die entsprechenden Produktionsmengen der beiden Produktlinien sowie die Auslastung der Stufen I bis III an. In welche der drei Ressourcen sollten Sie investieren, um den maximal erzielbaren Gewinnbeitrag zu steigern?
- b. Ein Kollege schlägt vor, sich lieber auf das Premium Produkt zu spezialisieren und 2900 Einheiten hiervon und nur 650 des DeLuxe Produktes herzustellen. Berechnen Sie den Gewinnbeitrag (also den Zielfunktionswert) sowie die Auslastung der Stufen I bis III, wenn Sie seinem Vorschlag folgen.
- c. Veranschaulichen und lösen Sie das Problem graphisch.

Aufgabe 3.7 – Aggregierte Planung allgemein

- a. Kennzeichnen Sie verbal das Modell zur aggregierten Planung, dass Sie in der Vorlesung kennengelernt haben. Gehen Sie dabei auf die Entscheidungsvariablen, die Zielfunktion sowie die Nebenbedingungen ein.
- b. Erweitern Sie das Modell zur Produktionsprogrammplanung um folgende Aspekte:
 - i. Um Versorgungsabbrüche zu vermeiden, muss zum Ende jeder Periode der produktspezifische Lagermindestbestand l_i^{min} eingehalten werden.
 - ii. Der Lagerbestand eines jeden Produktes darf den produktspezifischen Lagerhöchstbestand l_i^{max} nicht überschreiten.
 - iii. Zum Lagern einer Mengeneinheit des Produktes i werden b_i Einheiten an Lagerfläche benötigt. Der Flächenbedarf des gesamten Lagerbestandes zum Ende einer jeden Periode darf die maximal verfügbare Lagerfläche l^{max} nicht überschreiten.

Aufgabe 3.8 – Aggregierte Planung Flexibilitätsinstrumente

Eine Firma verkauft Holzschüsseln für 35 Euro pro Stück. Die Produktion erfolgt in zwei Schritten: Schnitzen (30 Minuten pro Schüssel) und Ölen (6 Minuten pro Schüssel). Um die Produktion kosteneffizienter zu gestalten, wurde ein Modell für die aggregierte Planung entwickelt. Aktuell benutzt die Firma als einziges Flexibilitätsinstrument die Lagerung, welche 0,50 Euro pro Stück und pro Tag kostet. Um mehr Flexibilität zu gewinnen, sollen nun auch folgende Optionen betrachtet werden: Die

Schüssel kann von einer externen Tischlerei für 30 Euro hergestellt werden und es können nun Überstunden für 20 Euro pro Stunde genutzt werden.

- Berechnen Sie die zusätzlichen Kosten, die bei Benutzung jedes Flexibilitätsinstruments jeweils entstehen, um eine Einheit mehr herzustellen. Ordnen Sie diese dann nach Kosteneffektivität. Die Herstellung kostet im normalen Betrieb 15 Euro pro Schüssel.
- Die Firma möchte nun auch einen genauen Plan zur Losgrößenplanung entwickeln. Wo liegen die Unterschiede zwischen den Modellen CLSP und aggregierte Planung?

Aufgabe 3.9 – Aggregierte Planung mit höherem Lagerkostensatz, Julia

Betrachten Sie das Beispiel zur aggregierten Planung aus der Vorlesung. Gehen Sie von den gleichen Daten wie in dem Beispiel aus, außer, dass sich der Lagerkostensatz für beide Produkte jeweils verzehnfacht. Ermitteln Sie den Zielfunktionswert, die Produktionsmengen, die Lagerbestände und die Zusatzkapazitäten mittels Julia.

Aufgabe 3.10 – Aggregierte Planung mit Lagerhaltung und Fremdbezug I, Julia

Gehen Sie wieder vom ursprünglichen Beispiel aus der Vorlesung zur aggregierten Planung aus und beziehen Sie nun die Möglichkeit des Fremdbezugs mit ein, indem Sie im Modell den maximalen Fremdbezug je Produkt und je Woche auf 1000 setzen:

table fmax(i,t)

	Wo1	Wo2	Wo3	Wo4	Wo5	Wo6
Premium	1000	1000	1000	1000	1000	1000
DeLuxe	1000	1000	1000	1000	1000	1000

- Berechnen Sie den Gewinn, die Produktionsmengen, die Fremdbezugsmengen und die Zusatzkapazität mittels Julia.

Aufgabe 3.11 – Aggregierte Planung mit Lagerhaltung und Fremdbezug II, Julia

Gehen Sie erneut von den Beispieldaten aus der Vorlesung aus. Begrenzen Sie nun die Fremdbezugsmengen je Produkt und je Woche wie folgt:

table fmax(i,t)

	Wo1	Wo2	Wo3	Wo4	Wo5	Wo6
Premium	50	30	40	10	10	35
DeLuxe	60	20	100	10	30	0

- a. Beziehen Sie den Fremdbezugskostensatz aus Aufgabe 2.6 mit ein. Berechnen Sie den Gewinn, die Produktionsmengen, die Fremdbezugsmengen und die Zusatzkapazität mittels Julia.

Thema 4 – Losgrößenplanung (bei statischer Nachfrage)

Aufgabe 4.1 - Rahmspinat

Zur Herstellung des Babybreis "Rahmspinat" wird täglich morgens Spinat vom Großmarkt gekauft. Da die Qualität wechselnd ist, werden für die täglich zu produzierenden 100kg Rahmspinat wechselnde Mengen an frischem Rahmspinat verarbeitet. Die benötigte Menge an frischem Spinat für 100kg Rahmspinat ist normalverteilt mit Erwartungswert 65 kg und Standardabweichung 10 kg. Ein kg Spinat kostet im Einkauf am Großmarkt 1 Euro. Nicht verbrauchter Spinat wird am Abend weggeworfen. Wird am Morgen zu wenig Spinat gekauft, kann zu einem Preis von 3 Euro pro kg kurzfristig nachbestellt werden.

- An wie viel Prozent der Tage sollte der Hersteller nicht nachbestellen müssen, wenn er morgens die optimale Menge an frischem Spinat einkauft?
- Welche Menge des frischen Spinats sollte am Morgen bestellt werden um den Gewinn zu maximieren?

Aufgabe 4.2 – Brötchenverkauf

Um Ihr Studentenbudget aufzubessern, verkaufen Sie in Ihrer Mittagspause vor dem Hauptgebäude der Universität belegte Brötchen für 1,40€. Die Brötchen kaufen Sie jeden Morgen bei einem Bäcker für 0,25€. Den Aufschnitt, den sie zum Belegen eines Brötchens benötigen, kostet Sie 10 Cent. Da Sie keine Kühltasche besitzen müssen Sie nicht verkaufte Brötchen am Ende der Pause entsorgen.

Um die Nachfrage an Ihren Brötchen zu schätzen, notieren Sie sich die Verkaufsdaten der letzten 10 Verkaufstage:

Nachfrage d	100	130	140
Häufigkeit	3	4	3

- Wie viele Brötchen sollten Sie kaufen und belegen, um Ihren Gewinn zu maximieren?
- Wie viele Brötchen sollten Sie kaufen und belegen, um Ihren Gewinn zu maximieren, wenn Sie wissen, dass die Nachfrage mit 60%iger Wahrscheinlichkeit 130 Brötchen pro Tag und mit jeweils gleicher Wahrscheinlichkeit 80, 100, 140 oder 160 Brötchen pro Tag beträgt?

Aufgabe 4.3 - Gummistiefel

Sie betreiben ein Fachgeschäft für Gummistiefel. Die Gummistiefel können bei Ihrem Lieferanten mit einer Lieferzeit von 4 Tagen bestellt werden. In ihrem Lager können maximal 400 Paar Gummistiefel für 0,15€ pro Stiefelpaar und Tag gelagert werden. Allerdings stehen 75% ihres Lagers durchschnittlich leer.

Zurzeit wird jeden Tag exakt die gleiche Anzahl Gummistiefelpaare nachgefragt. Sie wissen, dass ein Paar im Mittel 20 Tage vor dem Verkauf angeliefert wird und dass die von Ihnen gewählte Bestellpolitik optimal ist.

- Wie groß ist die tägliche Nachfrage nach Gummistiefelpaaren?

- b. Bestimmen Sie die optimale Menge zu bestellender Gummistiefelpaare.
- c. Wie lange dauert der Bestellzyklus [in Tagen]?
- d. Wie groß sind die Gesamtkosten [in € pro Tag]?
- e. Wie wirkt sich die Verdopplung der Bestellkosten pro Bestellung bei gleichzeitiger Halbierung des Lagerkostensatzes aus?
- f. Da die von Ihnen angebotenen Gummistiefel momentan einem Modetrend entsprechen, kommen jeden Tag unterschiedlich viele neue Kunden in Ihr Geschäft. Sie beschließen deshalb einen Sicherheitsbestand von 33 Stück einzuführen. Welches Servicelevel [in %] erreichen Sie mit dieser Bestellpolitik, wenn Sie die Standardabweichung der Nachfrage auf 10 Gummistiefelpaare pro Tag schätzen und von einer Normalverteilung der Nachfrage pro Tag ausgehen?

Aufgabe 4.4 – Bio-Erdbeeren

Ein kleiner Bio-Supermarkt in einer sehr dünn besiedelten Gegend hat in seinem Sortiment Erdbeeren in Schalen (ME). Am Anfang jeder Woche bekommt er eine neue Lieferung. Die Bestellung dazu muss in der Vorwoche aufgegeben werden. Da die Nachfrage sehr unterschiedlich ist und die Erdbeeren aus der letzten Woche nicht weiterverkauft werden können, stellt sich die Frage nach der Anzahl der zu bestellenden Schalen Q .

In der folgenden Tabelle ist die Nachfrage d an Schalen mit Erdbeeren pro Woche durch die Zufallsvariable D beschrieben:

d	$P[D = d],$
0	0,1
1	0,2
2	0,3
3	0,3
4	0,1

- a. Berechnen Sie die Verteilungsfunktion $F_D(d) = P[D \leq d]$, die angibt, wie wahrscheinlich es ist, dass die Nachfrage nach Schalen mit Erdbeeren pro Woche kleiner oder gleich d ist.
- b. Nehmen Sie an, es würden drei Schalen Erdbeeren bestellt (Beschaffungsmenge $Q=3$). Wie hoch ist der Erwartungswert der am Ende der Woche nicht verkauften Schalen mit Erdbeeren (Restmenge)? Wie hoch ist der Erwartungswert der Nachfrage, die nicht befriedigt werden konnte (Fehlmenge)?
- c. Angenommen eine Schale Erdbeeren koste 1,50€ im Einkauf und im Supermarkt wird diese für 2€ angeboten. Ermitteln Sie die Menge zu bestellender Schalen Q , welche den Gewinn maximiert.
- d. Wie groß muss die Bestellmenge Q mindestens sein, damit die Wahrscheinlichkeit, dass keine Fehlmenge auftritt, bei mindestens 60% liegt?
- e. Wie hoch sind das Service-Level und die Fill-Rate, wenn $Q=3$ Schalen bestellt werden? Wie hoch sind die beiden Werte bei der Gewinn-maximierenden Bestellmenge?

Aufgabe 4.5 – die Molkerei

Eine große Käsefabrik produziert jeden Tag Käse, den sie jeden Morgen auf einem Großmarkt anbietet. Aufgrund der Größe der Fabrik sind die Produktionskosten unabhängig von der Menge der produzierten Käselaibe und werden als fix angesehen.

Zur Produktion des Käses wird der Fabrik jeden Tag frische Milch geliefert, die nur am Vortag bestellt werden kann und ausschließlich zur Produktion des Käses verwendet wird. Eine Nachlieferung innerhalb eines Tages ist nicht möglich.

Zur Herstellung eines Käselaibes wird in der Fabrik 1 Liter Milch verwendet. Da auf dem Großmarkt und in der Fabrik kein Kühlhaus zur Verfügung steht, kann sowohl der Käse als auch die Milch am nächsten Tag nicht mehr verwendet werden.

Um die Nachfrage für Käselaibe pro Tag auf dem Großmarkt zu schätzen, werden die Verkaufszahlen von 40 Verkaufstagen notiert:

An 4 der 40 Verkaufstage wurden 200 Käselaibe, an 8 Tagen 250, an 12 Tagen 300 Käselaibe, an 10 Tagen 350 Käselaibe und an 6 Tagen 400 Käselaibe verkauft.

- Ermitteln sie aus den Daten die empirische Verteilungsfunktion der Nachfrage pro Tag für Käse auf dem Großmarkt
- Welchen α -Servicegrad erreicht die Käsefabrik bei einer Bestellmenge von 250 Käselaiben?
- Angenommen, der Gewinn an einem Käselaib sei 1,50 Euro und der Einkaufspreis eines Liters Milch sei 1 Euro. Wie groß ist die gewinnmaximierende Bestellmenge?
- Berechnen sie die Fill Rate für die in c) berechnete Bestellpolitik
- Wie ändert sich die optimale Bestellmenge, wenn die nicht zu Käse verarbeitete Milch noch für 0,5€ an eine benachbarte Puddingfabrik verkauft werden kann?

Aufgabe 4.6 – Bestandsmanagement I

- Welchen Einfluss auf die Lagerkosten je Zeiteinheit hat die Bestellmenge Q ?
- Welchen Einfluss auf die Bestellkosten je Zeiteinheit hat die Bestellmenge Q ?
- Wie sieht der Verlauf der Gesamtkosten je Zeiteinheit in Abhängigkeit der Bestellmenge Q aus?
- Wie sieht der zeitliche Verlauf des Lagerbestands aus?
- Wie groß ist der maximale und wie groß der mittlere Lagerbestand?

Aufgabe 4.7 - Fahrradhelme

Ein erstklassiges Fahrradgeschäft wird an 250 (Werk-)Tagen im Jahr betrieben. Nehmen Sie an, dass ein Jahr rechnerisch aus diesen 250 Tagen besteht. Die jährliche Nachfrage nach Fahrradhelmen NX1000 beträgt 5000 Mengeneinheiten.

Die Versandkosten ihrer Bestellung beim Hersteller liegen bei 20€ je Bestellung und ihre Lagerkosten betragen 5€ je Fahrradhelm und Jahr.

- a. Berechnen Sie die optimale Bestellmenge, die Dauer zwischen zwei Bestellvorgängen in (Werk-)Tagen und die Höhe der bestellmengenabhängigen Kosten im Optimum.
- b. Nehmen Sie an, dass ihr Zulieferer durch eine Prozessänderung nun eine Lieferzeit von 2 Tagen benötigt. Bei welchem Lagerbestand müssen Sie bestellen?

Aufgabe 4.8 – Sonnenbrillen Cases

Zum Versand unserer Premium Sonnenbrillen werden 1000 Cases pro Quartal (90 Tage) benötigt. Die Versandkosten je Bestellung betragen 50€. Pro Quartal und Case fallen außerdem Lagerkosten in Höhe von 0,40€ an.

- a. Ermitteln Sie die kostenminimale Bestellmenge.
- b. Wie hoch ist der mittlere Lagerbestand, wenn Sie kostenminimal bestellen?
- c. Sie haben noch 230 Cases im Lager. Wann trifft planmäßig die nächste Lieferung ein?

Für die DeLuxe Cases liegt die optimale Bestellmenge bei 250 Stück. Im Optimum ergeben sich Bestellkosten von 100€ im Quartal.

- d. Welcher Lagerkostensatz liegt für DeLuxe Cases vor?

Aufgabe 4.9 - Backwerk

Sie erheben als Bestandscontroller von einem Materiallager folgende Zahlen:

	Durchschn. Lagerbestand [€]	Durchschn. Verbrauch = geplanter Bedarf pro Monat [€]
Mehl	40.000	100.000
Zucker	25.000	7.500
Verpackungsmaterial	25.000	5.000
Gesamt	90.000	112.500

- a. Berechnen Sie die durchschnittliche Lagerreichweite für das Material „Mehl“. (Geben Sie das Ergebnis in Tagen an, wobei 1 Monat = 30 Tage.)
- b. Berechnen Sie die Umschlagshäufigkeit des Materials „Mehl“ (pro Monat).
- c. Berechnen Sie die Umschlagshäufigkeit des Materials „Zucker“ (pro Monat).

Aufgabe 4.10 - Schokoladenfabrik

Eine Schokoladenfabrik hat einen täglichen Bedarf an Kakaomasse von 2000 kg, eine Produktionsrate von 8000 kg pro Tag, einen Rüstkostensatz von 600 Euro und Lagerkosten in Höhe von 29200 Euro pro kg pro Jahr. (Nehmen Sie an, dass ein Jahr 365 Tage hat.)

- a. Welches Modell ist geeignet?
- b. Ermitteln Sie unter den Annahmen des geeigneten Modells die optimale...
 - i. Losgröße.

- ii. Länge eines Produktionszyklus (in Tagen).
 - iii. Länge der Produktionsphase (in Tagen auf 3 Nachkommastellen gerundet).
 - iv. die Höhe des maximalen Lagerbestands.
 - v. die Höhe des mittleren Lagerbestands.
- c. Die Rüstzeit beträgt 0.05 Tage. Bei welchem Bestand sollte mit dem Rüsten spätestens begonnen werden?
- d. Zeichnen Sie den Bestandsgraphen über die Zeit. Geben Sie die Punkte $(x ; y) = (\text{Zeit} ; \text{Bestand})$ des minimalen und maximalen Bestandes an.

Aufgabe 4.11 – Sonnenbrillen Cases II

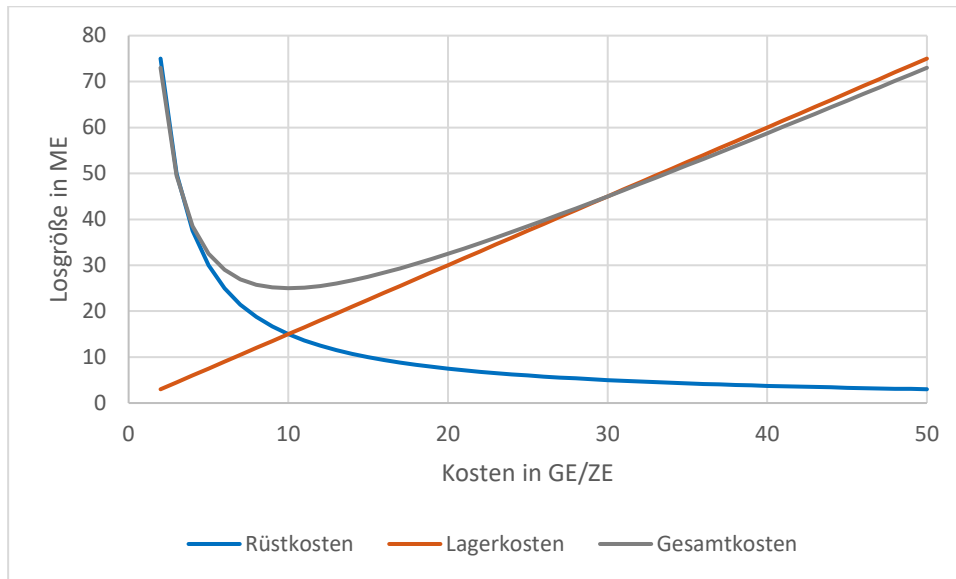
Da ihre Nachfrage angestiegen ist und sich stabilisiert hat, untersuchen Sie was die Eigenproduktion der Cases kosten würde. Ermitteln Sie unter den Annahmen des klassischen Ein-Produkt-Losgrößenmodells unter Verwendung der Daten aus der Tabelle:

Bedarfsrate b (ME/ZE)	2250
Rüstkostensatz k^s (GE)	200
Lagerkostensatz k^l [GE/(ME	10

- a. Für den Fall einer unendlichen Produktionsgeschwindigkeit
- i. Die kostenminimale Losgröße Q^* .
 - ii. Die anfallenden Lager- und Rüstkosten je Zeiteinheit im Optimum.
 - iii. Die Dauer des Produktionszyklus.
 - iv. Den maximalen und den mittleren Lagerbestand.
- b. Für den Fall einer endlichen Produktionsgeschwindigkeit mit Produktionsrate $p = 3000$ [ME/ZE]
- i. Die kostenminimale Losgröße Q^* .
 - ii. Die anfallenden Lager- und Rüstkosten je Zeiteinheit im Optimum.
 - iii. Die Dauer des Produktionszyklus und die Dauer der Produktionsphase.
 - iv. Den maximalen und den mittleren Lagerbestand.

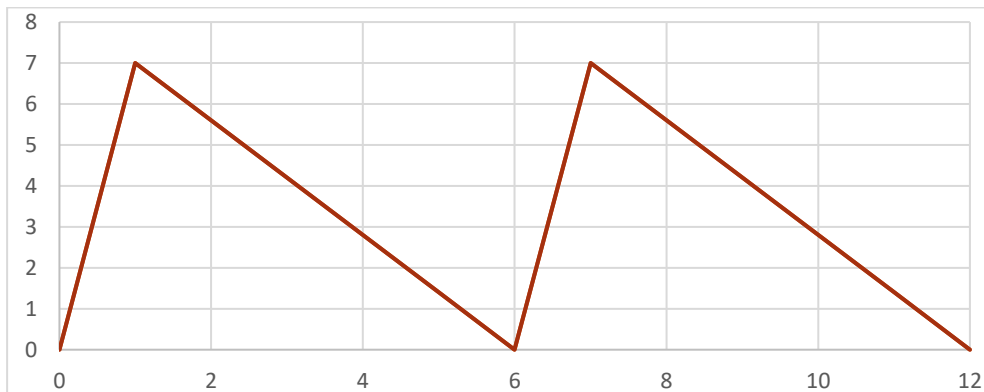
Aufgabe 4.12 - Kostenkurven

Bitte überprüfen Sie den im Folgenden dargestellten Kostenverlauf eines Losgrößenproblems auf Richtigkeit. Geben Sie ggf. an wo sich ein/mehrere Fehler eingeschlichen hat/haben.



Aufgabe 4.13 - Einordnung

Folgender Bestandverlauf der Produktion eines Produktes sei Ihnen gegeben. Beschriften Sie die Achsen und geben Sie an, ob sich bei dem vorliegenden Verlauf um ein Problem mit endlicher oder unendlicher Produktionsrate handelt.



Aufgabe 4.14 - Klausurkorrektur

Helmut Müller hat gestern seine erste Klausur im Fach „Produktion“ geschrieben. Eine Teilaufgabe thematisierte die kostenminimale Produktionsgröße. Folgende Antwort hat er in seiner Klausur geschrieben:

„Wenn die optimale Losgröße 1250 ME beträgt, dann ist in jedem Fall davon abzuraten, 1200 ME oder 1300 ME in einem Los zu produzieren, da dadurch sehr hohe und überflüssige Kosten anfallen.“

- a. Stellen Sie sich vor, dass Sie für die Korrektur der Aufgabe zuständig sind. Stimmen Sie Helmut zu oder fallen Ihnen Argumente ein, die gegen seine Aussage sprechen?

Thema 5 – Losgrößenplanung (bei dynamischer Nachfrage)

Aufgabe 5.1 – Bestandsmanagement II

Die Nachfrage pro Tag sei normalverteilt mit Erwartungswert 50 ME und Standardabweichung 20 ME. Die Länge der Wiederbeschaffungszeit betrage zwei Tage. Die Bestellmenge sei bereits auf $Q=250$ ME festgelegt.

- a. Berechnen Sie den jeweils benötigten Bestellpunkt s und den dazugehörigen Sicherheitsbestand, der
 - i. zu einem α -Servicegrad von 99% führt
 - ii. zu einem α -Servicegrad von 95% führt.
- b. Wie hoch ist der durchschnittliche Lagerbestand?
- c. Wie hoch ist die Umschlagshäufigkeit?
- d. Zurzeit befinden sich 8000 Einheiten im Lager. Bestimmen Sie die Lagerreichweite.
- e. Wie würde sich der Sicherheitsbestand verändern, wenn...
 - i. ...der Deckungsbeitrag, also der variable Gewinn, steigt?
 - ii. ...die Lagerkosten steigen?

Aufgabe 5.2 - Modeunternehmen

Sie betreiben ein Modeunternehmen und planen die Sommerkollektion für das kommende Jahr. In ihrer Kollektion befinden sich 2 Hosen, von denen eine als Basic-Edition kontinuierlich von Ihrem Unternehmen angeboten wird. Die Basic-Hose kann mit einer Lieferzeit von einem Monat (25 Tage) jederzeit zu Bestellkosten i.H.v. 7500€ nachbestellt werden. Die andere Hose wird jedoch nur in der kommenden Sommerkollektion angeboten und wird daher nur einmalig vor Beginn der Saison produziert und geliefert.

Beide Hosen werden im Ausland produziert und an das Lager Ihres Unternehmens in Deutschland gesendet. Sie nehmen an, dass die Nachfrage nach den Basic-Hosen normalverteilt mit einem Erwartungswert von 50 und einer Standardabweichung von 12 Hosen pro Tag ist.

- a. Bestimmen Sie den optimalen Bestellpunkt der Basic-Hose für ein Servicelevel von 95%.
- b. Bei der von Ihnen bereits bestimmten, optimalen Bestellpolitik werden 5000 Basic-Hosen bestellt. Wie hoch sind die erwarteten Lagerkosten pro Tag (in €)?
- c. Ihnen fällt auf, dass die Nachfrage an Basic-Hosen nicht normalverteilt ist, sondern mit 40%-iger Wahrscheinlichkeit 1000 Hosen pro Monat oder mit jeweils 30%-iger Wahrscheinlichkeit 1500 oder 1800 Hosen pro Monat beträgt.
 - i. Wie groß ist nun, bei gleichbleibender Bestellpolitik, das Servicelevel [in %] während der Lieferzeit?
 - ii. Wie groß ist nun, bei gleichbleibender Bestellpolitik, die Fill Rate während der Lieferzeit? Geben Sie Ihre Antwort in Prozent und auf zwei Nachkommastellen gerundet an.

- d. Der Verkaufspreis einer saisonalen Hose beträgt 30€. Eine Hose kostet in der Produktion 12,50€. Sie wissen, dass Kunden, die eine saisonale Hose kaufen, zusätzlich einen passenden Gürtel, der stets vorrätig ist und an dem Sie 7,50€ verdienen, erwerben. Die Nachfrage nach der saisonalen Hose beträgt mit gleicher Wahrscheinlichkeit 3000 oder 4500 Mengeneinheiten pro Saison.
- i. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sollten Sie allen Kunden eine saisonale Hose anbieten können, um Ihren erwarteten Gewinn zu maximieren? (Antwort in Prozent und auf 2 Nachkommastellen gerundet)
 - ii. Wie groß ist die optimale Bestellmenge?
- e. Sie stellen fest, dass entgegen Ihrer Schätzung der Nachfrage aus Aufgabenteil d) nach der Hälfte der sechsmonatigen Saison (1 Monat = 25 Tage) nur noch 1500 Stück der saisonalen Hose im Lager sind. Wie viel Tage können Sie die Hose noch anbieten, wenn Sie davon ausgehen, dass die kommende Nachfrage nach der saisonalen Hose exakt der Nachfrage innerhalb der ersten Hälfte der Saison entspricht

Aufgabe 5.3 – CLSP ohne Julia

Helmut Müller hat im Rahmen seiner Seminararbeit das CLSP in der algebraischen Modellierungssoftware Julia implementiert. Die Gesamtkosten, bestehend aus Lager- und Rüstkosten, sollen für $I = 3$ Produkte und $T = 5$ Perioden minimiert werden.

Folgendes Ergebnis hat er in seiner Seminararbeit dokumentiert:

t	1	2	3	4	5
b_{1t}		5	20		5
b_{2t}	10	10		20	
b_{3t}		10	5		10
X_{1t}	8		17		5
X_{2t}	10	10		20	
X_{3t}		11	4		10
L_{1t}					
L_{2t}					
L_{3t}					
Y_{1t}					
Y_{2t}					
Y_{3t}					

$$c_t = 45 \text{ min für alle } t$$

$$t_i^p = 1 \text{ min für alle } i \text{ und } t$$

$$t_i^s = 12 \text{ min für alle } i \text{ und } t$$

$$L_{i,0} = 0$$

Leider hat Helmut lediglich die Werte für den Bedarf b_{it} und die Produktionsmenge X_{it} übernommen. Ergänzen Sie die obige Tabelle um die fehlenden Werte für die Lagerbestände am Periodenende L_{it} und die Rüstvariablen γ_{it} . Lageranfangsbestände sind nicht vorhanden.

Ihnen liegen nun folgende Werte für die produktspezifischen Rüstkosten k_i^s und Lagerkosten k_i^l vor:

i	1	2	3
k_i^s	50	5	20
k_i^l	1	5	2

- Wie hoch sind die Gesamtkosten für den betrachteten Planungshorizont von fünf Perioden?
- Wie würde der optimale Produktionsplan mit minimalen Kosten bei gleichbleibenden Rüst- und Lagerkosten aussehen? Die Kapazitätsrestriktion c_t ist nun 95 min für alle t . Berechne auch für den optimalen Produktionsplan die Gesamtkosten für den betrachteten Planungshorizont.

Aufgabe 5.4 – der Masterstudent beim Babybrei-Hersteller

Hellmut Fröhlich, Masterstudent mit Produktionsschwerpunkt, hat sich in seinem Praktikum die Produktionseinrichtungen eines Babybrei-Herstellers genauer angesehen.

Er stellte fest, dass dieselbe Maschine für die Mischung zweier Sorten benutzt wird und bestimmte optimale Losgrößen zur Minimierung der Gesamtkosten, bestehend aus Lager- und Rüstkosten, für $I = 2$ Produkte und $T = 4$ Perioden mittels des CLSP in Julia. Er hat einen Ausdruck des Bedarfs b_{it} , der Produktionsmengen X_{it} , Lagerbestände am Periodenende L_{it}

und Rüstvariablen γ_{it} der kommenden 4 Tage zu seinem Gespräch mit dem Produktionsleiter genommen. Leider kleckerte etwas Brei über seine Lösungen. (Er kennt die genauen Input Daten nicht mehr, erinnert sich aber daran, dass die Lagerkosten alle positiv waren.) Ergänzen Sie die Werte in den grau hinterlegten Kästchen, indem Sie diese im entsprechenden Feld eintragen. Der initiale Lagerbestand aller Produkte ist null.

t	1	2	3	4
b_{1t}	10	20	0	0
b_{2t}	0	10	5	5
X_{1t}	30	0		0
X_{2t}		10	0	0
L_{1t}		0	0	0
L_{2t}	10	10		0

γ_{1t}	1	0	0	0
γ_{2t}			0	0

Aufgabe 5.5 – Wandfarbe

Die hippe Firma „Paint The Walls“ stellt drei verschiedene ausgefallene Farbtöne her: Metallica, Reflecting-Purple und Levi’s-Blue. Zur Optimierung der Produktion sollen Rüst- und Lagerkosten minimiert werden, die Zielfunktion und die Nebenbedingungen des Optimierungsproblems wurden schon aufgestellt.

Julia-Code:

Zielfunktion

0) **Gesamtkostenminimierung:** Die Gesamtkosten sollen minimiert werden. Sie bestehen aus der Summe von Rüstkosten und Lagerkosten aller Produkte über alle Perioden. Die Rüstkosten berechnen sich hierbei durch Multiplizieren der Anzahl der Rüstvorgänge (Summe aller binären Rüstvariablen) mit dem Rüstkostensatz, die Lagerkosten durch Multiplizieren der eingelagerten Menge mit dem Lagerkostensatz.

$$\min z = \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T (k_i^s \cdot \gamma_{it} + k_i^l \cdot L_{it})$$

```
@objective(m, Min, sum( ks[i] * gamma[i,t] + kl[i] * L[i,t] for i=1:I for t=1:T ) );
```

Nebenbedingungen

1) **Kapazitätsrestriktion:** Die Summe aus Produktions- und Rüstzeit aller Produkte darf in jeder Periode die vorhandene Kapazität der Ressource j nicht überschreiten.

$$\sum_{i=1}^I (t_i^p \cdot X_{it} + t_i^s \cdot \gamma_{it}) \leq c_t \quad \forall t \in T$$

```
@constraint(m, KapRes[t=1:T], sum((ts[i] * gamma[i,t] + tp[i] * X[i,t]) for i=1:I) <= c[t] );
```

2) **Lagerbilanzgleichung:** Der Lagerbestand am Ende einer Periode berechnet sich aus der Summe der Produktionsmenge und des Lagerbestandes der Vorperiode abzüglich der Absatzmenge (Nachfrage).

$$L_{it} = L_{i,t-1} + X_{it} - b_{it} \quad \forall t \in T, \quad i \in I$$

```
@constraint(m, Lager[i=1:I,t=1:T], L[i,t] == L[i,t-1] + X[i,t] - b[i,t]);
```

3) **Anfangslagerbestand:** Der Anfangslagerbestand aller Produkte entspricht dem initial gesetzten l_i .

$$L_{i,0} = l_{start} \quad \forall i \in I$$

```
@constraint(m, AnfLager[i=1:I], L[i,0] == l_start[i]);
```

4) **Rüstbedingung:** Wenn für ein Produkt in einer Periode nicht gerüstet wird, ist die produzierte Menge dieses Produkts in dieser Periode 0. Wenn für ein Produkt in einer Periode gerüstet wird, wird die produzierte Menge durch die Rüstbedingung nicht eingeschränkt.

$$X_{it} \leq M \cdot \gamma_{it} \quad \forall t \in T, \quad i \in I$$

```
@constraint(m, Ruestbed[i=1:I,t=1:T], X[i,t] <= M * gamma[i,t]);
```

a. Wie lautet der in der Vorlesung behandelte Begriff dieses Modells?

- b. Es darf über alle Perioden gesehen maximal drei Mal pro Produkt gerüstet werden. Geben Sie die richtige Nebenbedingung an.
- c. Berechnen Sie den Zielfunktionswert mit Hilfe folgender Parameter und der gegebenen Lösung des Problems mit Julia.

Parameter:

	Metallica	Reflecting-Purple	Levi's-Blue
k_i^s	60	100	90
k_i^l	2	3	4
t_i^p	1	2	1
t_i^s	5	12	20

Output:

Produktionsmenge X:

	Januar	Februar	März	April
Metallica	70	0	0	140
Reflecting-Purple	0	40	110	0
Levi's-Blue	90	90	0	50

Lagerbestand L:

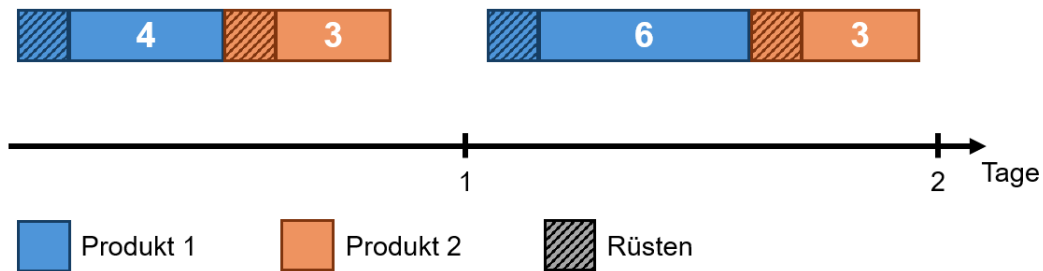
	Januar	Februar	März
Metallica	20	10	0
Reflecting-Purple	0	0	30
Levi's-Blue	0	10	0

- d. Um nicht zu viel Zeit mit dem Rüsten zu verbringen, wird geplant, nur noch maximal 35 Zeiteinheiten pro Periode für die Rüstvorgänge aufzubringen.
- i. Geben Sie die zusätzliche Nebenbedingung an.

- ii. Wird der Zielfunktionswert größer, kleiner oder bleibt gleich?

Aufgabe 5.6 – Produktionsplan

Eine Firma, die zwei Produkte herstellt, hat folgenden Produktionsplan für die nächsten zwei Tage erstellt. Hierbei repräsentieren die Zahlen die Anzahl an Einheiten des jeweiligen Produkts, die direkt hintereinander hergestellt werden sollen. Die Herstellung der Produkte erfolgt einstufig.



- In wie vielen Losen wird die Produktion der nächsten zwei Tage insgesamt gefertigt?
- Welche Annahmen werden von diesem Plan bezüglich des Rüstens getroffen, die sich in der Realität wahrscheinlich nicht exakt so verhalten?
- Wie viel zusätzliche Rüstzeit würde bei dieser Produktion entstehen, wenn die Losgröße auf 1 festgesetzt wäre und ein Rüstvorgang 1 Minute dauern würde?
- Die Firma möchte für die weitere Entwicklung der Produktionspläne nun ein CLSP-Modell benutzen. Der Chefin fällt hierbei auf, dass bei der Zielfunktion nur die Rüst- und Lagerkosten minimiert werden, ohne die variablen Herstellkosten zu beachten. Warum können die variablen Herstellkosten für die Optimierung des Plans ignoriert werden?

Aufgabe 5.7 – Druckerei

Sie sind Produktionsplaner in einer lokalen Druckerei, die Werbebroschüren und Zeitschriften produziert. Jeder Druckauftrag ist einzigartig und muss auftragsbezogen produziert werden. Dazu müssen immer die gleichen Produktionsschritte in der gleichen Reihenfolge vollzogen werden:

Drucken (M1), Schneiden (M2) und Heften (M3). Da die Broschüren und Zeitschriften größtenteils tagesaktuelle Inhalte enthalten, arbeitet die Produktion bei Bedarf an 7 Tagen der Woche rund um die Uhr. Aufgrund unterschiedlicher Auflagengrößen und Auftragspezifika ergeben sich für jeden Auftrag an jeder Maschine unterschiedliche Bearbeitungszeiten. Ihre Aufgabe ist nun die Planung der Produktionsreihenfolge der einzelnen Aufträge für den 22.08. ab 8 Uhr.

	Drucken (M1) [min]	Schneiden (M2) [min]	Heften (M3) [min]	Erhalten am	Wunschtermin (ab 22.8., 8Uhr)
Auftrag 1	60	60	70	10.08	In 560 min
Auftrag 2	90	80	90	11.08	In 520 min
Auftrag 3	70	70	80	12.08	In 310 min
Auftrag 4	90	80	100	13.08	In 460 min
Auftrag 5	50	50	60	14.08	In 480 min

- Welche Produktionsreihenfolge ergibt sich für die Prioritätsregel „First Come – First served“ und „frühester Liefertermin“?
- In der kurzfristigen Planung treten Aspekte der Kostenminimierung in den Hintergrund. Vielmehr spielen Zeitaspekte eine verstärkte Rolle. Inwiefern unterscheiden sich die Ziele der Minimierung der Terminabweichung (lateness) und der Minimierung der Verspätung (tardiness)? In welcher Situation ist es günstiger „Lateness“ als Ziel zu verwenden anstelle von „Tardiness“?
- Was wäre in diesem Beispiel unter der Durchlaufzeit zu verstehen, was unter der Zykluszeit?
- Die Gesamtdurchlaufzeit ist immer kleiner, kleiner/gleich, gleich, größer/gleich, größer der Zykluszeit?
- Ermitteln Sie die Bearbeitungsreihenfolge nach der FCFS-Prioritätsregel. Stellen Sie Ihr Ergebnis als GANTT-Chart (AS-Sicht) dar.
- Ermitteln Sie die Zykluszeit, die Maschinenbelegungszeiten sowie die Wartezeiten der einzelnen Aufträge.

Aufgabe 5.8 – Reihenfolgeplanung I

Gegeben seien folgende Bearbeitungszeiten für drei Aufträge an drei Maschinen. Die Aufträge durchlaufen die Maschinen alle in derselben Reihenfolge 1-2-3.

	Auftrag A	Auftrag B	Auftrag C
Maschine 1	3	1	1
Maschine 2	1	3	1
Maschine 3	2	1	1
Summe	6	5	3

- Zeichnen Sie weiterhin für die Fälle A-B-C, B-A-C und C-A-B die zugehörigen Gantt Charts in der Auftragsicht.

b. Ermitteln Sie für die Reihenfolgen A-B-C, B-A-C und C-A-B die

- i. Zykluszeit,
- ii. Gesamtdurchlaufzeit,
- iii. Kapazitätsauslastung und die
- iv. Leerzeit.

c. Welchen der Pläne wählen Sie, wenn Sie

- i. die Durchlaufzeit minimieren wollen,
- ii. die Auslastung maximieren wollen?

d. Für welche Produkt(ions)typen machen die Zielfunktionen Sinn?

Aufgabe 5.9 – Reihenfolgeplanung II

Gegeben seien folgende Bearbeitungszeiten [min] für zwei Aufträge A und B an zwei Maschinen M_1 und M_2 . Die Aufträge durchlaufen alle erst M_1 und dann M_2 .

	Auftrag A	Auftrag B
Maschine M_1	40	60
Maschine M_2	20	80

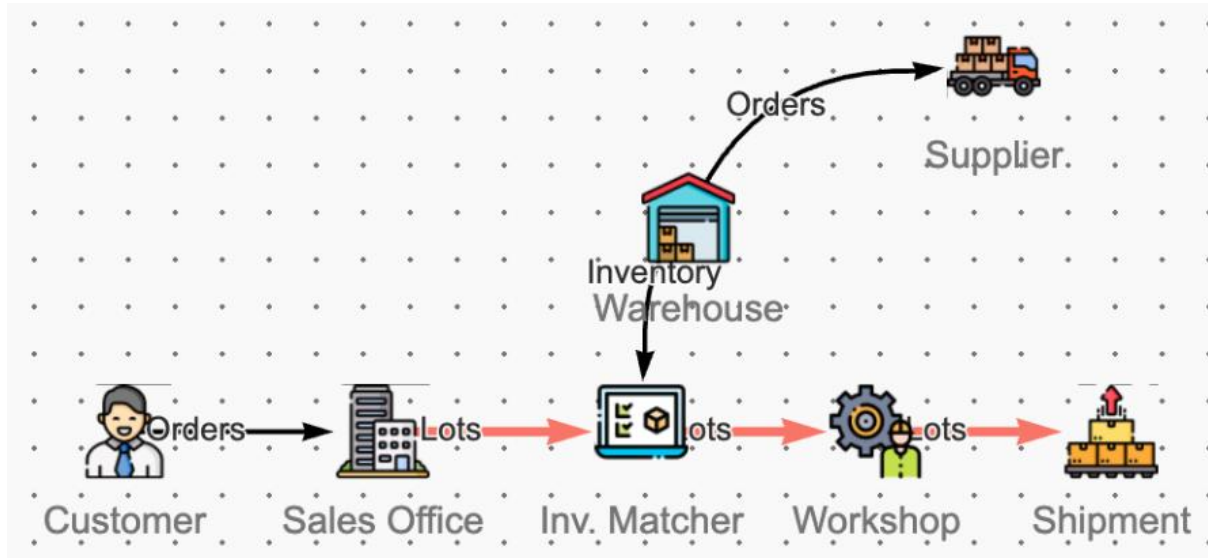
a. Zeichnen Sie für die zwei Auftrags-Reihenfolgen A-B und B-A die zugehörigen Gantt-Charts in (AS-Sicht) und ermitteln Sie für beide Reihenfolgen die

- i. Gesamtdurchlaufzeit T^{total} ,
- ii. die Zykluszeit T^{cycle} sowie die
- iii. Kapazitätsauslastung U .

Aufgabe 5.10 – ProTUce | Bestandsmanagement

Im Laufe des Semesters wird zur Vertiefung der in den Lehrveranstaltungen vermittelten Inhalte die Plattform *insyted* genutzt. Mit *insyted* können verschiedene Ablaufprozesse dargestellt und analysiert werden. Dabei werden die Wechselwirkungen zwischen Kunden, Verkauf, Lagerhaltung und Werkstatt simuliert.

Ziel von Aufgabe 5.10 ist es, sich mit den Konzepten des Bestandsmanagements vertraut zu machen und die gelernten Inhalte anzuwenden.



Das Sales Office eines Online-Warenhändlers erhält regelmäßig alle zwei Stunden eine neue Bestellung. Im Erwartungswert umfasst jede Bestellung 10 Boxen, mit einer Standardabweichung von 15 Boxen (Normalverteilung). Jede Box besteht aus einem Produkt. Im Sales Office werden zusätzlich weitere Informationen wie die angegebene Lieferzeit, der Preis der Bestellung und eventuelle Versandkosten des Kunden erfasst.

Die Items werden vom Zulieferer (Supplier) geliefert, im Warenlager gelagert und anschließend im Workshop bearbeitet, bevor sie an die Kunden geliefert werden. Die Kosten für jede Lieferung betragen 990 €, die Lieferzeit ist konstant und beträgt drei Tage. Der Lagerkostensatz beläuft sich auf 0,55 € pro Item und Tag. Jede Box enthält 5 Items.

Arbeiten Sie für ein besseres Verständnis parallel mit dem Spiel. Folgen Sie dazu dem angegebenen Link und erstellen Sie sich ein Benutzerkonto. → [INSYSTED](#)

- a. Ermitteln Sie die optimale Bestellmenge anhand der gegebenen Parameter.
- b. Bestimmen Sie den optimalen Bestellpunkt für ein Servicelevel von:
 - i. 95 %
 - ii. 90 %
- c. Erläutern Sie, welche Konsequenzen ein unzureichend gefülltes Warenlager für den Online-Warenhändler haben kann.
- d. Berechnen Sie näherungsweise den Kapitalbestand (Anfangskapital: 100.000 €) nach 30 Tagen, bei einem Anfangslagerbestand von 400 Items.
- e. Simulieren Sie das in der Aufgabe beschriebene Szenario und vergleichen Sie den berechneten Endkapitalbestand mit dem tatsächlichen. Warum weichen die beiden Kapitalbestände so stark voneinander ab?