

# Musterlösung Zweittermin 07.04.2021

WiSe 20/21

## Aufgabe Klarglas

Das Berliner Unternehmen "Klarglas" stellt Fenster her und benötigt dafür Fensterrahmen und Glasscheiben. Alle 15 Tage werden 1000 Glasscheiben geliefert. Diese Bestellpolitik ist optimal.

Hinweis: Gehen Sie davon aus, dass ein Monat 30 Tage hat.

Aus der Aufgabenstellung entnehmen wir folgende Informationen:

$$T = 15 \text{ Tage} \quad Q^* = 1000 \text{ Glasscheiben}$$

$$\begin{aligned} \text{monatl. Nachfrage } b &= \text{Anzahl der Bestellung pro Monat} \cdot \text{Bestellmenge} \\ &= \frac{30 \frac{\text{Tage}}{\text{Monat}}}{15 \text{ Tage}} \cdot 1000 \text{ Glasscheiben} \\ &= 2000 \text{ Glasscheiben} \end{aligned}$$

## Frage 4

### Variante a)

Im letzten Jahr hat das Unternehmen ein neues automatisiertes Lagersystem eingeführt. Die monatlichen Lagerkosten für Glasscheiben sind daraufhin um 20% gesunken. Was ist die neue optimale Bestellmenge? Nehmen Sie dafür fixe Bestellkosten in Höhe von  $100 \frac{\text{€}}{\text{Bestellung}}$  an.

Lösung:

Die optimale Bestellmenge ist bekannt. Deshalb kann man die EOQ-Formel nach den Lagerkosten umstellen:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k^s \cdot d}{k^l}} \Leftrightarrow k^l = \frac{2 \cdot k^s \cdot d}{Q^{*2}} = 0.4 \frac{\text{€}}{\text{Monat} \cdot \text{Glasscheibe}} \quad (3P)$$

Die Lagerkosten sind nun um 20% gesunken:

$$k_{neu}^l = (1 - 0.2) \cdot k_{alt}^l = 0.32 \frac{\text{€}}{\text{Monat} \cdot \text{Glasscheibe}} \quad (2P)$$

Mit den neuen Lagerkosten lässt sich die neue optimale Bestellmenge berechnen:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k^s \cdot d}{k_{neu}^l}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 2000}{0.32}} \approx 1118 \text{ Glasscheiben} \quad (2P)$$

### Variante b)

Der Zulieferer konnte in den letzten Jahren eine Monopolstellung auf dem Glasscheibenmarkt aufbauen und erhöht nun ab dem kommenden Monat die bestellfixen Kosten um 21%. Was ist die neue optimale Bestellmenge? Gehen Sie dabei von Lagerkosten in Höhe von  $0,4 \frac{\text{€}}{\text{Monat} \cdot \text{Glasscheibe}}$  aus.

Lösung:

Die optimale Bestellmenge ist bekannt. Deshalb kann man die EOQ-Formel nach den Bestellkosten umstellen:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k^s \cdot d}{k^l}} \Leftrightarrow k^s = \frac{Q^{*2} \cdot k^l}{2 \cdot d} = 100\text{€} \quad (3P)$$

Die Bestellkosten sind nun um 21% gestiegen:

$$k_{neu}^s = (1 + 0.21) \cdot k_{alt}^s = 121\text{€} \quad (2P)$$

Mit den neuen Bestellkosten lässt sich die neue optimale Bestellmenge berechnen:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k_{neu}^s \cdot d}{k^l}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 121 \cdot 2000}{0.4}} = 1100 \text{ Glasscheiben} \quad (2P)$$

## Frage 5

### Variante a)

Weil die Verträge mit der Zuliefererfirma sehr unflexibel sind, kann Klarglas seine Bestellmenge nicht anpassen. Diese ist deshalb kleiner als sie optimalerweise sein sollte. Was bedeutet das für das Verhältnis der gesamten bestellfixen Kosten zu gesamten Lagerkosten (kleiner als 1, gleich 1 oder größer als 1)? Begründen Sie und gehen Sie dabei auf die Nachteile kleiner Bestellmengen ein!

### Variante b)

Was bedeutet das für das Verhältnis der gesamten Lagerkosten zu gesamten bestellfixen Kosten (kleiner als 1, gleich 1 oder größer als 1)? Begründen Sie und gehen Sie dabei auf die Nachteile kleiner Bestellmengen ein!

Lösung:

Im Optimum entsprechen die Bestellkosten den Lagerkosten (Verhältnis ist gleich 1). Je kleiner die Bestellmenge, desto öfter muss bestellt werden. Das führt zu höheren Bestellkosten. Gleichzeitig sinkt die Auslastung des Lagers. Die Lagerkosten sinken. Das Verhältnis von bestellfixen Kosten zu Lagerkosten ist in unserem Fall deshalb größer als 1. (Das Verhältnis von Lagerkosten zu bestellfixen Kosten ist kleiner als 1)

+1P für das richtige Verhältnis

+1P für die Begründung

+1P für Nachteil (z.B. es muss häufiger bestellt werden)

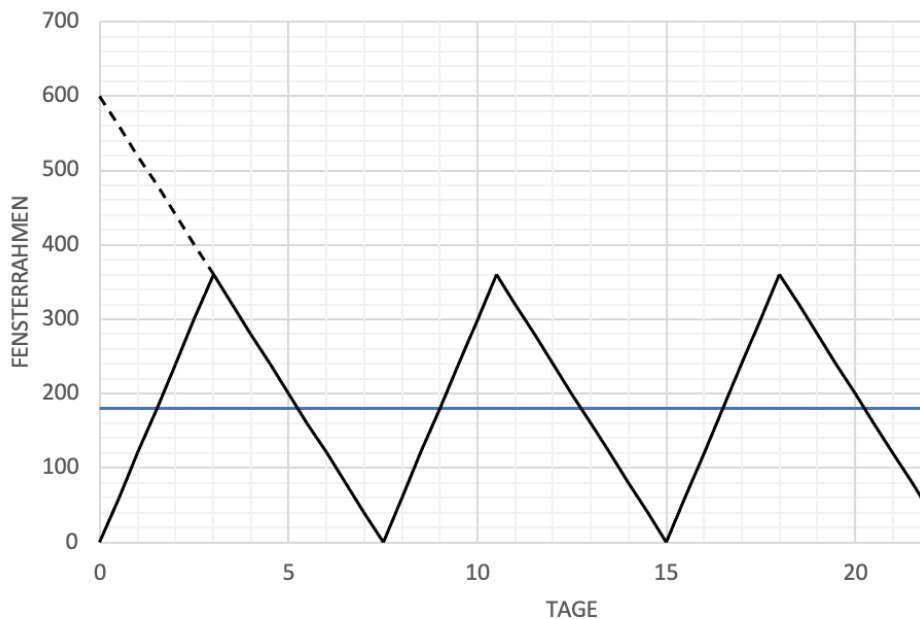
(3P)

Die Fensterrahmen produziert das Unternehmen selbst mit einer Produktionsrate von  $200 \frac{\text{Fensterrahmen}}{\text{Tag}}$ . Die Losgröße beträgt 600 Fensterrahmen und die Nachfrage beträgt  $2400 \frac{\text{Fensterrahmen}}{\text{Monat}}$ .

## Frage 6

Wählen Sie die korrekte Darstellung des Lagerbestandsgraphen für die Fensterrahmen!

Lösung:



Um das zu erkennen, sind die folgenden Berechnungen hilfreich:

$$Q = 600 \text{ Fensterrahmen} \quad p = 200 \frac{\text{Fensterrahmen}}{\text{Tag}} \quad (1P)$$

Damit können wir den Produktionszyklus  $T$  und die Produktionszeit  $t^p$  berechnen

$$T = \frac{Q}{b} = \frac{600 \text{ Fensterrahmen}}{2400 \frac{\text{Fensterrahmen}}{\text{Monat}}} = 0.25 \text{ Monate} = 7,5 \text{ Tage} \quad (1P)$$

$$t^p = \frac{Q}{p} = \frac{600 \text{ Fensterrahmen}}{200 \frac{\text{Fensterrahmen}}{\text{Tag}}} = 3 \text{ Tage} \quad (1P)$$

## Frage 7

Das Lager der Firma hat eine Kapazität von 300 Fensterrahmen. Zeigen Sie rechnerisch, dass das nicht ausreicht, um den aktuellen Plan umzusetzen. Wie muss die Produktionsmenge angepasst werden, damit die Kapazität ausreicht? Berechnen Sie die neue Produktionsmenge.

Lösung:

Wir berechnen zunächst  $L_{max}$

$$\begin{aligned} L_{max} &= \left(1 - \frac{b}{p}\right) \cdot Q \\ &= \left(1 - \frac{2400 \frac{\text{Fensterrahmen}}{\text{Monat}}}{200 \frac{\text{Fensterrahmen}}{\text{Tag}}}\right) \cdot 600 \text{ Fensterrahmen} \\ &= \left(1 - \frac{80 \frac{\text{Fensterrahmen}}{\text{Tag}}}{200 \frac{\text{Fensterrahmen}}{\text{Tag}}}\right) \cdot 600 \text{ Fensterrahmen} = 360 \text{ Fensterrahmen} \end{aligned} \quad (2P)$$

Die Bestellmenge muss gesenkt werden. (1P)

$$\begin{aligned} L_{max} &= \left(1 - \frac{b}{p}\right) \cdot Q_{neu} \\ \Leftrightarrow Q_{neu} &= \frac{L_{max}}{\left(1 - \frac{b}{p}\right)} \\ &= \frac{300 \text{ Fensterrahmen}}{\left(1 - \frac{80 \frac{\text{Fensterrahmen}}{\text{Tag}}}{200 \frac{\text{Fensterrahmen}}{\text{Tag}}}\right)} \\ &= \frac{300}{0,6} \text{ Fensterrahmen} \\ &= 500 \text{ Fensterrahmen} \end{aligned} \quad (1P)$$

## Frage 8

Aufgrund neuer Beschränkungen der Regierung im Zuge der Pandemiebekämpfung darf nur noch ein Teil der Mitarbeiter/innen gleichzeitig in den Produktionshallen arbeiten. Sehr zum Bedauern von Werksleiterin Henriette führt das dazu, dass die Produktionsrate um fast 60 Prozent fällt. An der lieb gewonnenen Losgröße in Höhe von 600 Fensterrahmen möchte sie derweil festhalten. Wie beurteilen Sie den Plan? Was muss erfüllt sein, damit der Plan umsetzbar ist. Denken Sie hierzu an den Ablauf der Produktion.

Lösung:

Generell gilt: sinkt das Verhältnis von  $p$  zu  $b$ , steigt die optimale Losgröße; ein Festhalten an der alten Losgröße geht somit mit vermeidbaren Kosten einher. (1.5P)

Hinzu kommt, dass bei einer Reduktion um 60% die Bedarfsrate der Produktionsrate entspricht. Entsprechend müsste kontinuierlich produziert werden. Dies ist nur möglich, wenn keine weiteren zeitverbrauchenden Vorgänge zu berücksichtigen sind (Rüstzeiten = 0). (1.5P)

Alternativ: Ist  $p$  knapp größer als  $b$  wird nicht kontinuierlich produziert. Es muss genug Zeit fürs Rüsten bleiben.

(3P)

## Aufgabe Buchbinder Paul

Paul L. führt einen Buchladen, in dem er auf Kundenwunsch auch selbst Notizbücher bindet. Diese werden jeden Tag von 7-13 Uhr produziert. Je nach Farbe und Seitenzahl der Notizbücher unterscheiden sich die Preise:

- Typ 1: 100 Seiten, rot 15€
- Typ 2: 200 Seiten, blau 20€
- Typ 3: 350 Seiten, schwarz 30€

Um die Bücher zu binden wird ein spezieller Kleber in der entsprechenden Farbe gebraucht. Unabhängig von der Farbe dauert die Befüllung der Buchpresse mit dem Kleber 10 Minuten.

Paul hat nur eine Buchpresse, in der der Kleber dann nach dem Auftragen aushärtet. Es werden also alle Bücher eines Typs nacheinander produziert. Da wir je nach Seitenanzahl auch unterschiedlich viel Kleber benötigen, dauert das Aushärten unterschiedlich lang.

Um zu planen, an welchen Tagen welche Notizbücher produziert werden sollen, hat Paul ein Modell mit der folgenden Zielfunktion implementiert:

$$\min z = \sum_i \sum_t (k_i^s \cdot \gamma_{it} + k_i^l \cdot L_{it})$$

Das Modell:

### Mengen und Parameter

```
: #Mengen
Produkte = ["Typ1", "Typ2", "Typ3"];
Perioden = ["Mo", "Di", "Mi", "Do", "Fr", "Sa"];
#Längen
I = length(Produkte);
T = length(Perioden);

: kl = [0.25, 0.3, 0.4];           #Lagerkostensatz der Produkte
ks = [0.45, 0.5, 0.55];         #Rüstkostensatz der Produkte
ts = [10/60, 10/60, 10/60];     #Rüstzeiten der Produkte
tp = [45/60, 60/60, 75/60];     #Stückbearbeitungszeiten der Produkte
c = [6, 6, 6, 6, 6, 6];         #Periodenkapazität
M = 1000;                        #Große Zahl
l_start = [0, 0, 0];            #Anfangslagerbestand

: b = [
      #Mo, Di, Mi, Do, Fr, Sa
      5  3  0  1  2  2   #Produkt 1
      0  1  0  3  2  4   #Produkt 2
      0  1  4  1  3  1];  #Produkt 3

                                #Bedarf
```

## Frage 9

Beim Herstellen des Klebers hat Paul Heiße Schokolade auf die Ergebnisse gekleckert, sodass einige Zahlen nun nicht mehr zu lesen sind. Ordnen Sie nun die fehlenden Werte richtig zu.

Hinweis: Die untenstehenden Werte können sowohl mehrmals als auch gar nicht auftreten.

Lösung:

```
JuMP.value.(X)
```

```
3×6 Array{Float64,2}:  
 7.0  1.0  0.0  2.0  1.0  2.0  
 0.0  1.0  0.0  4.0  1.0  4.0  
 0.0  3.0  4.0  0.0  3.0  0.0
```

```
JuMP.value.(L)
```

```
2-dimensional DenseAxisArray{Float64,2,...} with index sets:  
  Dimension 1, Base.OneTo(3)  
  Dimension 2, 0:6  
And data, a 3×7 Array{Float64,2}:  
 0.0  2.0  0.0  0.0  1.0  0.0  0.0  
 0.0  0.0  0.0  0.0  1.0  0.0  0.0  
 0.0  0.0  2.0  2.0  1.0  1.0  0.0
```

```
JuMP.value.(gamma)
```

```
3×6 Array{Float64,2}:  
 1.0  1.0  0.0  1.0  1.0  1.0  
 0.0  1.0  0.0  1.0  1.0  1.0  
 0.0  1.0  1.0  0.0  1.0  0.0
```

(4P)

## Frage 10

Welches Modell hat Paul hier angewandt?

Lösung:

CLSP-Modell

(1P)

## Frage 11

Gerade ist eine Bestellung bei Paul reingekommen. In zwei Wochen soll er eine sehr hohe Menge an Notizbüchern liefern. Bei dem Versuch das Modell mit den neuen Daten zu rechnen erhält er die Fehlermeldung, dass keine Lösung gefunden werden konnte. Nennen Sie zwei Flexibilitätsinstrumente, die Paul nutzen könnte, um zu einem umsetzbaren Plan zu kommen? Erläutern Sie für eines der Flexibilitätsinstrumente stichwortartig, wie dieses im Modell berücksichtigt werden könnte.

Lösung:

Zwei mögliche Flexibilitätsinstrumente wären Überstunden und Fremdbezug. (2P)

Dabei müssten wir für die Überstunden unsere Kapazitätsnebenbedingung anpassen und die Kosten in der Zielfunktion berücksichtigen.

Für den Fremdbezug müssten wir dann ebenfalls die Kosten in der Zielfunktion berücksichtigen und zusätzlich die Lagerbilanzgleichung anpassen. (1P)

(3P)

## Frage 12

Paul vertraut dem Modell nicht und hat das Gefühl, zu viel Zeit mit der Befüllung des Klebers in die Presse zu vergeuden. Daher sollen nun pro Tag nie alle drei Kleber genutzt werden müssen.

Formulieren Sie nun mit Hilfe der unten stehenden Formelstücke eine passende Nebenbedingung.

Lösung:

$$\sum_i^I \gamma_{it} \leq 2 \quad \text{für alle } t = 1, \dots, T \quad (3P)$$

Paul ist die Zufriedenheit der Kunden sehr wichtig und so kann man nun für einen Aufpreis die Notizbücher individuell gestalten lassen. Die Kunden können ihren Namen gravieren und/oder das Deckblatt kunstvoll illustrieren lassen. Nachdem die Bücher aus der Presse kommen, erledigt Paul die Individualisierung per Hand an seinem Schreibtisch (für die Befüllung des Klebers kann Paul die Individualisierung jederzeit kurz unterbrechen). Um einen Buchstaben zu gravieren braucht Paul etwa 5 Minuten; eine Illustration zu malen dauert eine Stunde.

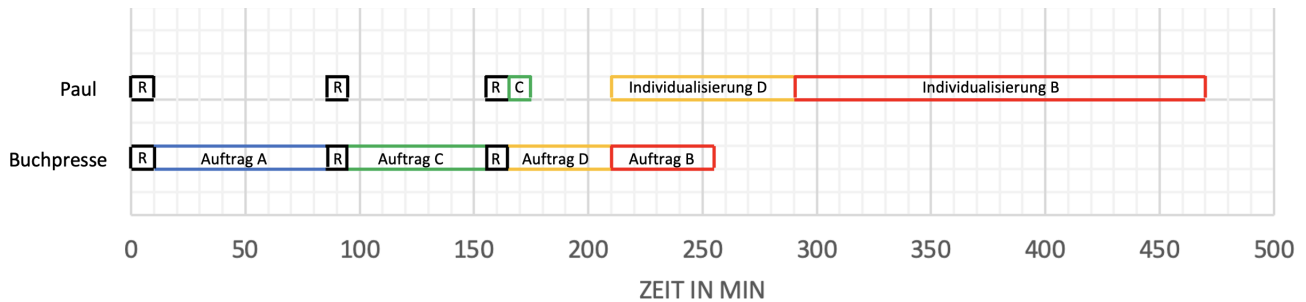
## Frage 13

Für den heute hat Paul die folgenden Aufträge erhalten:

Auftrag	Typ	Produktionszeit auf der Presse	Individualisierung
A	Typ 3	75 min	nein
B	Typ 1	45 min	24 Buchstaben + Illustration
C	Typ 2	60 min	2 Buchstaben
D	Typ 1	45 min	4 Buchstaben + Illustration

Wie immer arbeitet er die Aufträge nach der LOZ-Regel ab. Er bezieht sich dabei allein auf die Bearbeitungszeit an der Presse. Erstellen Sie das zu dieser Regel passende maschinenorientierte GANTT-Diagramm, berücksichtigen Sie dabei auch die Rüstzeiten von 10 Minuten beim Wechsel des Typs auf der Presse. Beschriften Sie alle Maschinen, Aufträge und Achsen. Wie hoch ist die Zykluszeit?

Lösung:



R steht hier für Rüsten und da Paul den Kleber in der Buchpresse immer selbst nachfüllen muss, wird der Rüstvorgang hier sowohl bei Paul, als auch bei der Buchpresse eingezeichnet. Auftrag B und C sind beide vom Typ 1, daher kann man diese beiden im GANTT-Diagramm auch andersrum zeichnen. Für die Zykluszeit gilt  $T^{cycle} = 470$  min.

(8P)

## Frage 14

Paul ist am Ende des Tages unzufrieden, weil er länger arbeiten musste als geplant. Überlegen Sie sich eine alternative Prioritätsregel für den Ablaufplan, mit der Paul künftig pünktlich Feierabend machen kann und begründen Sie qualitativ warum Ihre Regel zu einer geringeren Zykluszeit führt. (Keine Berechnung erforderlich)

Lösung:

Mögliche Prioritätsregeln sind:

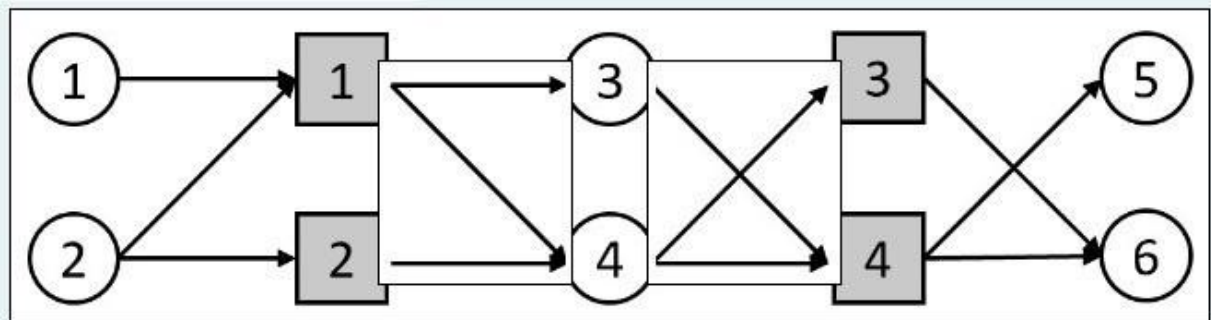
- kürzeste Bearbeitungszeit Presse
- alternierend Individualisierung - keine Individualisierung
- längste Bearbeitungszeit Individualisierung
- längste Gesamtbearbeitungszeit

Beispielhafte Begründung für längste Bearbeitungszeit Individualisierung: Paul muss solange arbeiten, da er erst sehr spät mit der Individualisierung beginnt. Er braucht also eine Prioritätsregel, bei der er möglichst früh mit der Individualisierung beginnen kann. Wenn er nun also nach der längsten Bearbeitungszeit für die Individualisierung priorisiert, beginnt er mit Auftrag B. Er kann also nach 55 Minuten schon mit der Individualisierung für B anfangen und danach, ohne warten zu müssen, mit der für D weitermachen.

(3P)

# Aufgabe 1

a)



b)

Wie viele Menschen befinden sich im Pizzaladen, wenn alle 5 min ein Gast den Laden betritt und jeweils 20 min warten muss bis er/sie seine/ihre Pizza in den Händen hält?

- 4 Menschen
- 100 Menschen
- 5 Menschen
- 2 Menschen

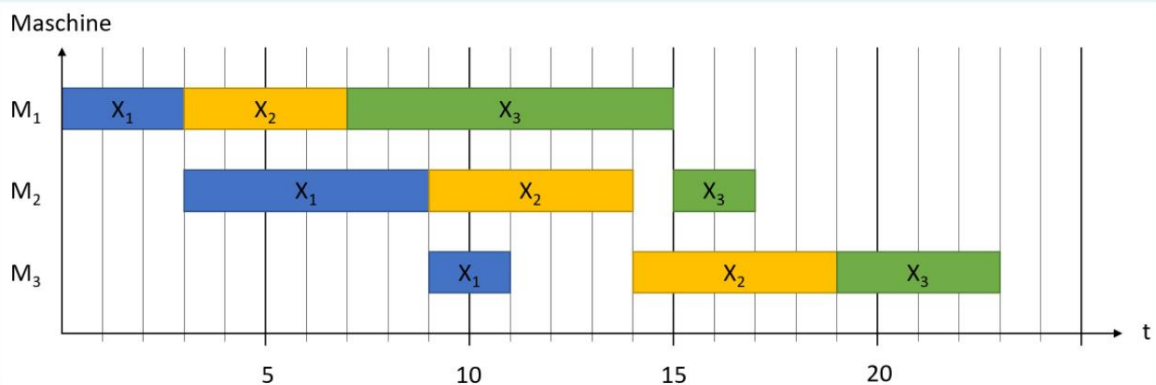


Die Antwort ist richtig.

Die richtige Antwort ist:  
4 Menschen

c)

Gegeben sei das folgende Gantt-Diagramm:



Welche Gesamtbearbeitungszeit hat der zweite Auftrag?

Antwort: