POM-Basics

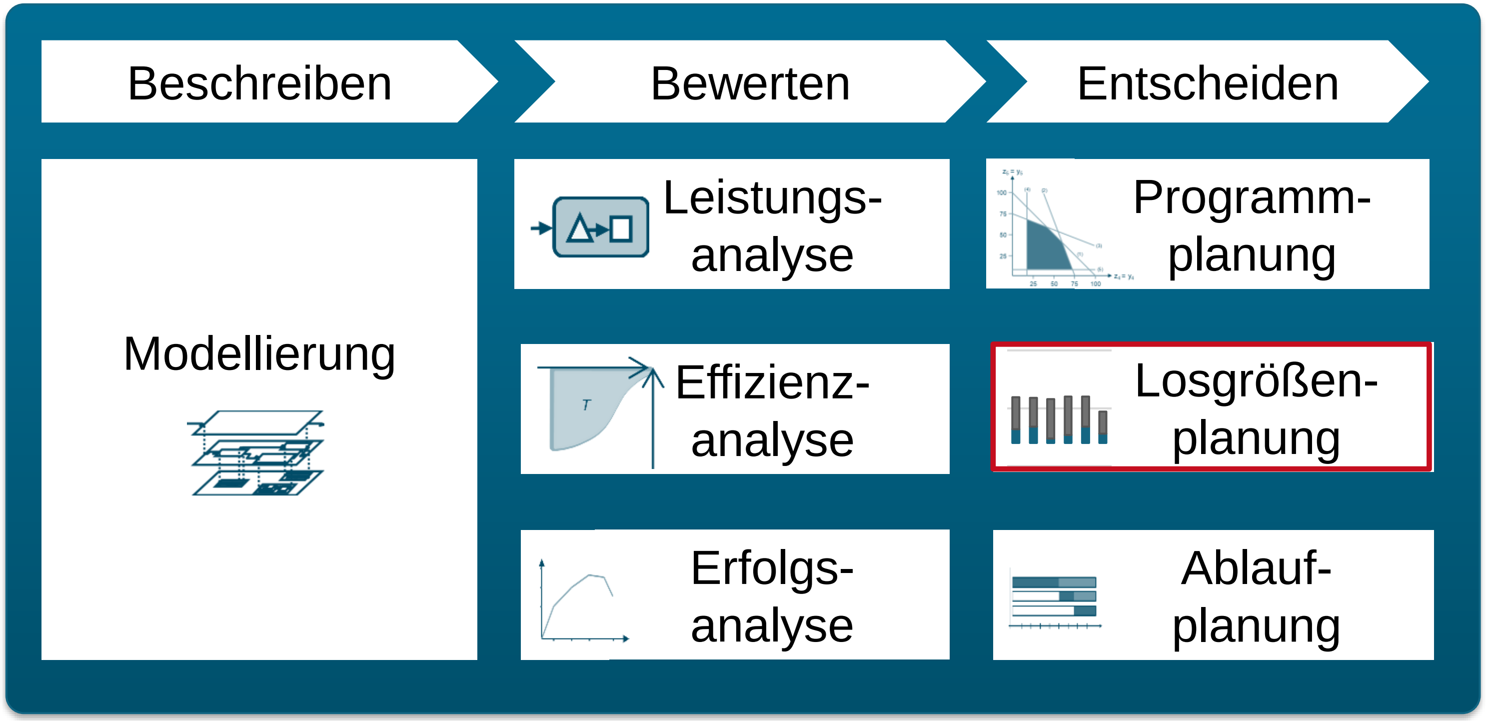
Einführung in Produktions- und Dienstleistungsmanagement

Themenblock 4

Einstieg in die Losgrößenplanung

Fakultät VII *Wirtschaft & Management*
Fachgebiet Industrielles Produktions- und Dienstleistungsmanagement
Prof. Dr. Thomas Volling

Rahmen der Veranstaltung



Wann werden welche Vorprodukte in welcher Menge produziert?

Bezugsrahmen der operativen Planung

„Wann werden welche verkaufsfähigen Produkte in welcher Menge produziert?“

Planung der Endprodukte (Primärbedarf)

Produktionsprogrammplanung	Aggregierte Planung
• eine Periode • fest begrenzte Kapazität • keine Flexibilität ✓	• mehrere Perioden • flexible Kapazität • Lagermöglichkeit ✓

Planungshorizont:
Bis zu 1,5 Jahren

„Wann werden Vorprodukte in welchen Mengen produziert?“

Planung der Vorprodukte (Sekundärbedarf)

Losgrößenplanung	Bestandsmanagement
• Programmorientiert: Grundlage ist die Planung der Endprodukte	• Verbrauchsorientiert: Grundlage sind aktuelle Bestände und Verfügbarkeits-vorgaben (Servicegrade)

Planungshorizont:
Wenige Tage bis Monate

Agenda

Herausforderung Sekundärbedarfsplanung

G/T Kapitel 9

Verfahren zur Ermittlung von Sekundärbedarfen

D/S Kapitel 14

Dynamische Losgrößenplanung (schwankende Nachfrage)

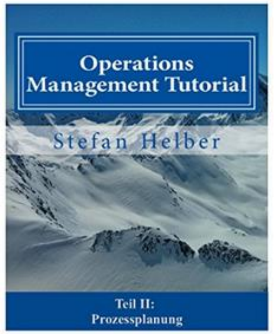
- Capacitated Lot Sizing Problem (CLSP)

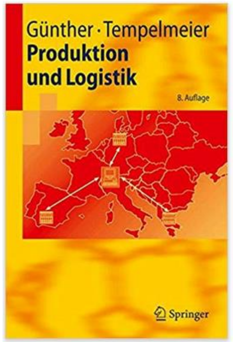
OMT Kapitel 9

OMT Kapitel 7.2

Statische Losgrößenplanung (gleichbleibende Nachfrage)

- Economic Order Quantity Modell (EOQ)





Ausgangslage der Sekundärbedarfsplanung

Unterscheidung der Materialbedarfe

- Primärbedarf (verkaufsfähige Endprodukte, Ersatzteile)
- Sekundärbedarf (Baugruppen, Bauteile, Rohstoffe)
- Tertiärbedarf (Hilfs- und Betriebsstoffe)

Herausforderung: Sekundärbedarfsplanung

- Zur Deckung des Primärbedarfs ist oft eine **Vielzahl von Vorprodukten** erforderlich
- Oft **komplexer Aufbau** von Produkten: Vorprodukte erfordern wiederum andere Vorprodukte

Bestimmung des Sekundärbedarfs schwierig

Grafik: welt.de

Verfahren zur Disposition des Sekundärbedarfs

Verbrauchsgebundene Disposition	Programmorientierte Disposition
• Überwachung von aktuellem **Bestand** und **Verbrauch** • Regelbasiertes Auslösen von Produktions- bzw. Bestellaufträgen in Abhängigkeit der **Wiederauffüllzeit** • z.B. Bestellung von 100 Schrauben, sobald der Bestand unter 25 sinkt	• Grundlage ist das **Produktionsprogramm** (Primärbedarf) • Sekundärbedarf leitet sich direkt aus Primärbedarf ab • z.B. Bestellung von 40.000 Felgen zur Absicherung der geplanten Produktion von 1.000 Autos

→ Genauigkeit

→ Aufwand

Rechtfertigt die durch ein aufwendigeres Verfahren ermittelte höhere Qualität des Planungsergebnisses die höheren Planungskosten? → ABC-Analyse

Modifizierte Folie

Klassifikation des Sekundärbedarfs – ABC-Analyse

Produktstruktur

Material	Stückpreis [€]	Einsatzmenge je Endprodukt	Gesamt-wert [€]	Wertanteil je Endprodukt
1	7,5	2	$7{,}5 \cdot 2 = 15$	$15/1.450 = 0{,}99\%$
2	130	1	130	8,97%
3	780	1	780	53,79%
4	20	1	20	1,38%
5	30	1	30	2,07%
6	450	1	450	31,03%
7	25	1	25	1,72%
Summe	1.450	8	1.450	100%

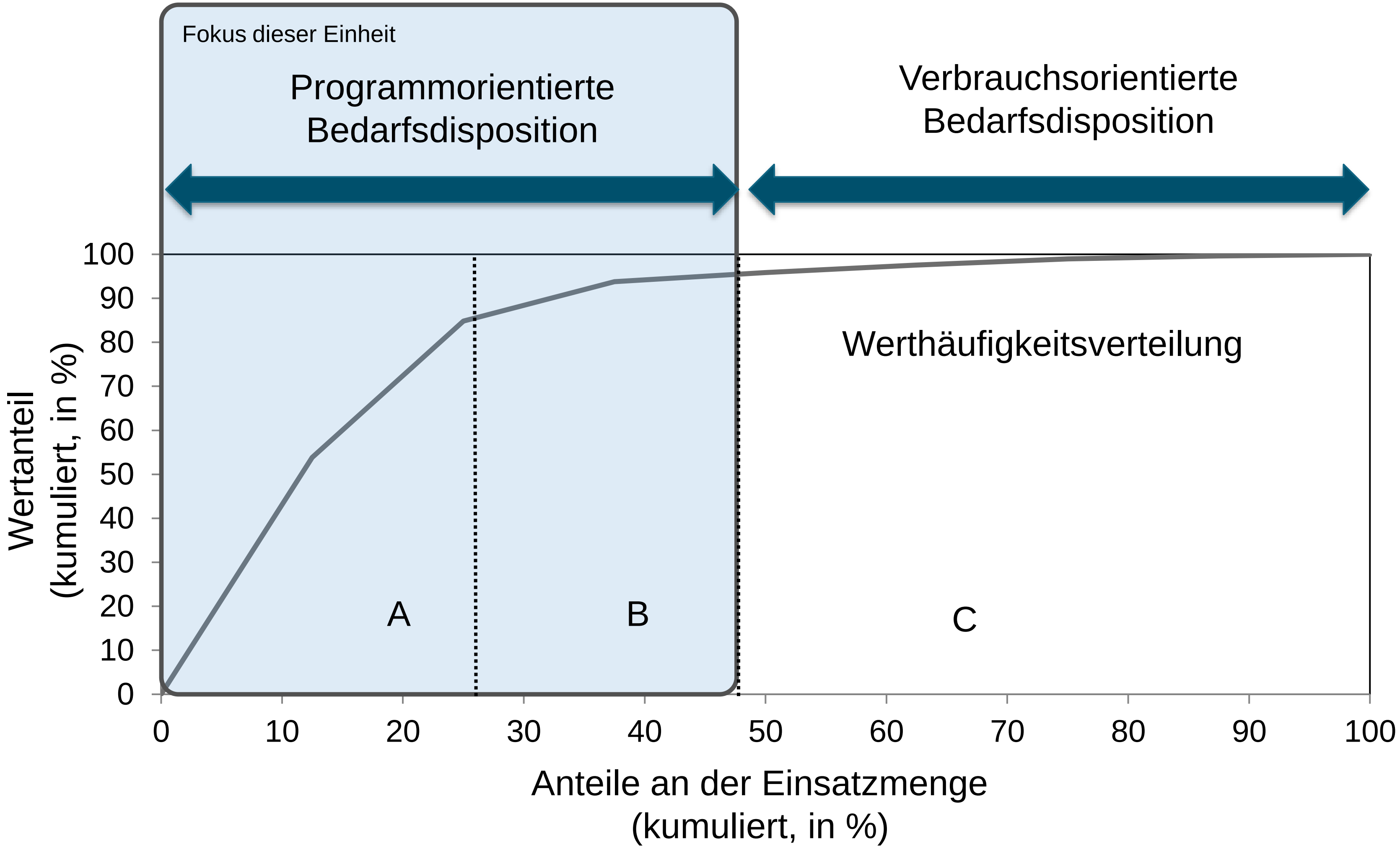
Zwei Materialien (4 und 7) stehen für 25 % der insgesamt betrachteten Materialien (8)

Werthäufigkeitsverteilung

Material	Gesamtwert (in €)	Kumulierter Anteil an Einsatzmenge (%)	Kumulierter Wertanteil (%)
4	780	$(1/8) \cdot 100 = 12{,}5$	53,79
7	450	25,0	84,83
2	130	37,5	93,79
6	30	50,0	95,86
8	25	62,5	97,59
5	20	75,0	99,01
1	15	100	100

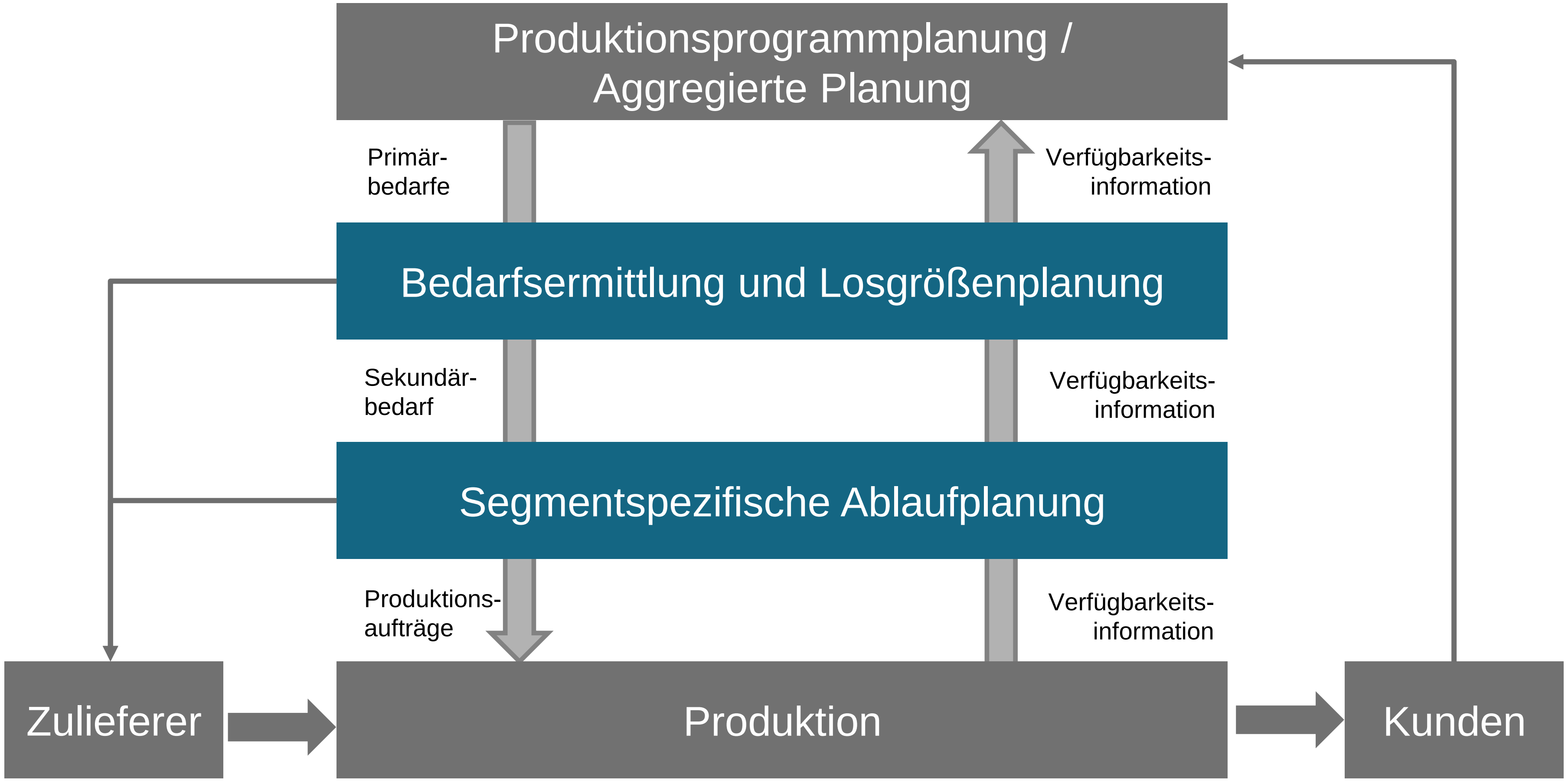
Wert der zwei Materialien (4 und 7) steht für 84 % des Gesamtwerts (1.450 €)

Klassifikation des Sekundärbedarfs – ABC-Analyse



Beispiele

Grundstruktur der programmorientierten Bedarfsdisposition



Agenda

Herausforderung Sekundärbedarfsplanung

G/T Kapitel 9

Verfahren zur Ermittlung von Sekundärbedarfen

D/S Kapitel 14

Dynamische Losgrößenplanung (schwankende Nachfrage)

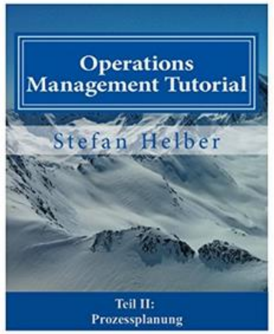
- Capacitated Lot Sizing Problem (CLSP)

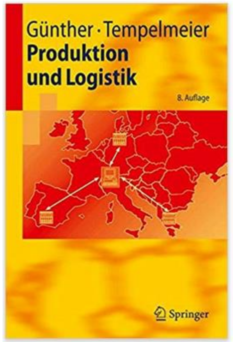
OMT Kapitel 9

Statische Losgrößenplanung (gleichbleibende Nachfrage)

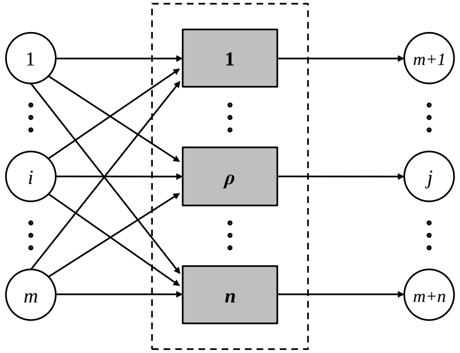
- Economic Order Quantity Modell (EOQ)

OMT Kapitel 7.2





Grundlage der Bedarfsermittlung: Erzeugnisstrukturen



Aufgabe der Bedarfsermittlung

- Berechnung der zur Realisierung des Produktionsprogramms erforderlichen Mengen an Einzelteilen und Baugruppen (**abhängige Bedarfe**)

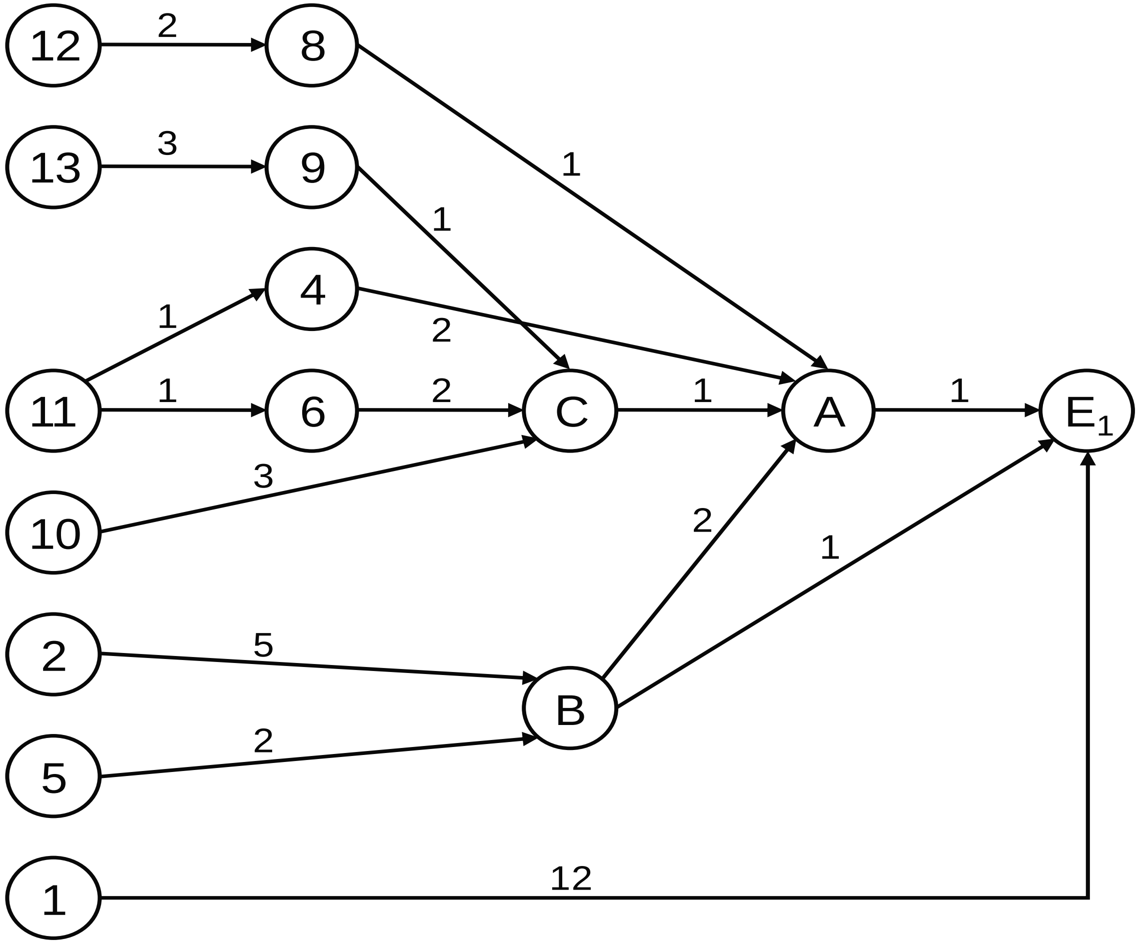
Hierzu erforderlich: Erzeugnisstruktur

- Darstellung aller Mengenbeziehungen: Erzeugnisse, Baugruppen und Einzelteile
- Verbindung zwischen Primär- und Sekundärbedarf

Darstellungsformen (bei zyklenfreier Technik)

- Grafisch: Gozintograph
- Tabellarisch: Stücklisten
- *Mathematisch: Gleichungssysteme (→ Anhang)*

Grafische Darstellung von Erzeugnisstrukturen: Gozintograph



- Übersichtliche Darstellung bei einfacher Erzeugnisstruktur
- Bei komplexeren Zusammenhängen: tabellarische Darstellung mit Hilfe von Stücklisten

Knoten (Kreise): Material

Pfeile: Strukturelle Beziehung

Pfeilgewichte: Direktbedarfskoeffizienten

Quelle: Dyckhoff/Spengler (2010), S. 256

Tabellarische Darstellung von Erzeugnisstrukturen: Stücklisten

Stücklisten: mengenmäßige Verzeichnisse der in ein Endprodukt eingehenden Materialien (Baugruppen oder Einzelteile)

1. **Stückliste** (analytisch)
   „Aus welchen untergeordneten Komponenten besteht ein Erzeugnis?“

2. **Teileverwendungsnachweis** (synthetisch)
   „In welche übergeordneten Erzeugnisse geht eine bestimmte Komponente ein?“

https://www.ich-liebe-brot.de/media/image/Baeckere-Huth-Rezept-Bruschetta.jpg

Beispiel: Baukastenstückliste

- Einstufige Listen für jedes Material
- Für jedes Material werden nur Komponenten aufgeführt, die direkt eingehen

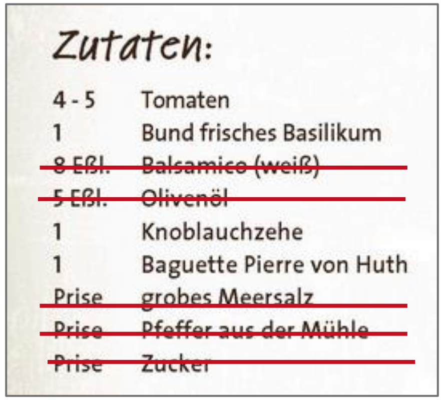
Erzeugnis P1			
Position	**Sach-nummer**	**Menge**	**Bezeichnung**
1	E1	3	Einzelteil
2	B1	2	Baugruppe
3	B2	1	Baugruppe
4	E2	2	Einzelteil
Erzeugnis B1			
1	B2	2	Baugruppe
2	E2	4	Einzelteil
Erzeugnis B2			
1	E1	5	Einzelteil
2	E2	2	Einzelteil

Über den Primärbedarf und die Erzeugnisstruktur lässt sich der Sekundärbedarf errechnen

Günther/Tempelmeier (2012)

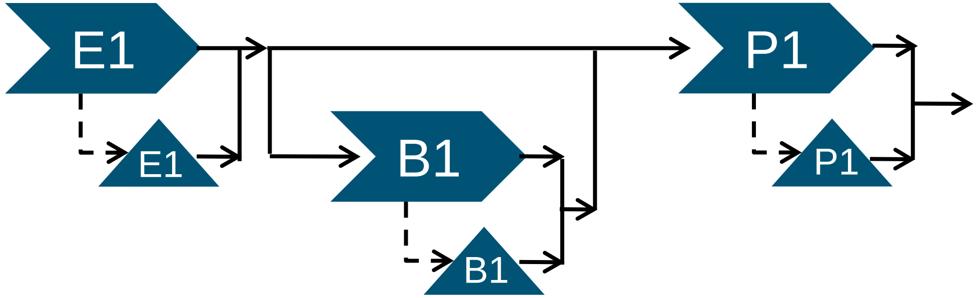
Brutto- und Nettobedarf

Bisherige Betrachtung



- Keine Lagerhaltung
- Direkte, bedarfsorientierte Produktion
- Produktionsmenge (Nettobedarf) = Bruttobedarf

Tatsächliche Produktionsstrukturen

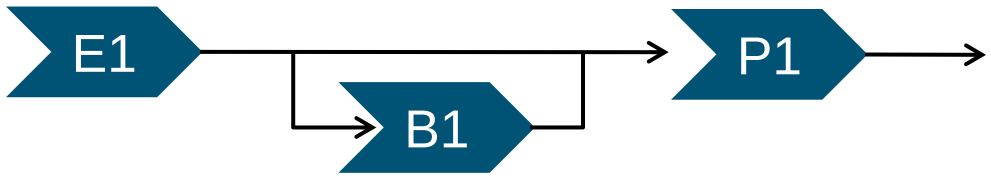


- (teilweise) Bedarfsdeckung aus (Zwischen-) Lagern
- Nettobedarf = Bruttobedarf - Lagerentnahme

Bestimmung der Nettobedarfe erforderlich

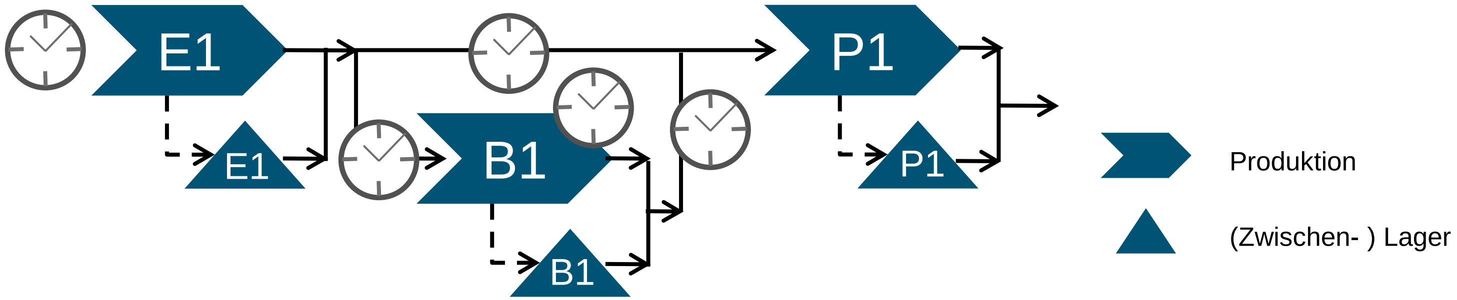
Berücksichtigung von Durchlaufzeiten

Bisherige Betrachtung



- Sofortige Verfügbarkeit von Vorprodukten

Tatsächliche Produktionsstrukturen



- Möglicherweise längere Warte- und Produktionszeiten
- Transportzeiten

Berücksichtigung von Vorlaufzeiten in der Sekundärbedarfsplanung notwendig

Bedarfsberechnung bei Lagerbeständen und Vorlaufzeiten

		Tag 1	Tag 2	Tag 3	Tag 4	Tag 5
	Bedarf Tische Primärbedarf	100	100	100	100	100
Tischbeine	Bruttobedarf Erzeugnisstruktur Sekundärbedarf	400	400	400	400	400
	Anfangslagerbestand	1.200	800	400	0	0
	Nettobedarf	0	0	0	400	400
	Vorlaufverschobener Bedarf	0	0	400	400	

Daten

- Bedarfskoeffizient: 4 Beine je Tisch
- Vorlaufzeit Tischbeine: 1 Tag

Implementierung in Planungssystemen auf Grundlage **Dispositionsstufenverfahren**

Agenda

Herausforderung Sekundärbedarfsplanung ☑ G/T Kapitel 9

Verfahren zur Ermittlung von Sekundärbedarfen ☑ D/S Kapitel 14

Dynamische Losgrößenplanung (schwankende Nachfrage) OMT Kapitel 9

- Capacitated Lot Sizing Problem (CLSP)

Statische Losgrößenplanung (gleichbleibende Nachfrage) OMT Kapitel 7.2

- Economic Order Quantity Modell (EOQ)

Ausgangslage der Losgrößenplanung

- Produktionssysteme werden überwiegend zur Fertigung mehrerer Varianten/Produkte eingesetzt
- Varianten-/Produktwechsel führt zu einer eingeschränkten Produktionsrate
- Beispiele
  - Werkzeugwechsel beim Spritzgussverfahren
  - Reinigungsvorgänge bei Farbwechseln
  - Magazinwechsel bei Bestückungsautomaten
  - Bereitstellung neuer Teile

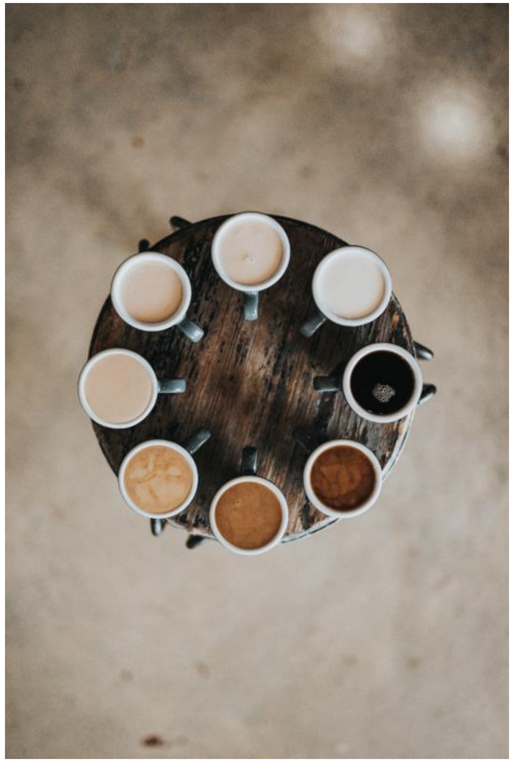


Photo by Nathan Dumlao on Unsplas, hhttps://foto.wuestenigel.com/wp-content/uploads/api/gerostete-kaffeebohnen-und-heiszer-kaffee-in-einer-weiszen-tasse-auf-dunklem-untergrund.jpeg

Modifizierte Folie

Das Problem der Losgrößenplanung

Die **Losgröße Q**: Die Anzahl der unmittelbar nacheinander bearbeiteten Einheiten einer Produktart.

Bearbeitungszeit aller Produkte: 1 ZE

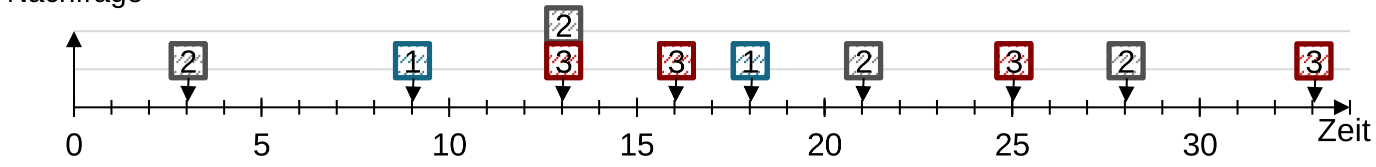
Rüstzeit Produkt 1: 1 ZE

Rüstzeit Produkt 2: 2 ZE

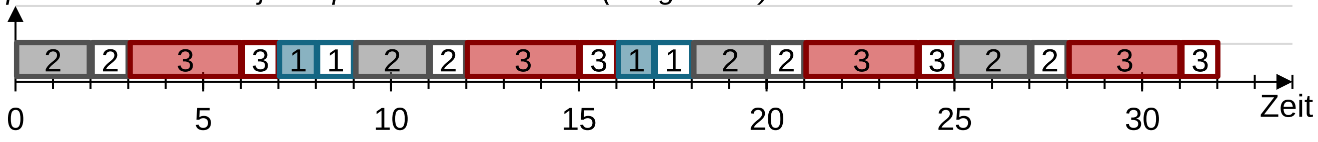
Rüstzeit Produkt 3: 3 ZE

Rüsten

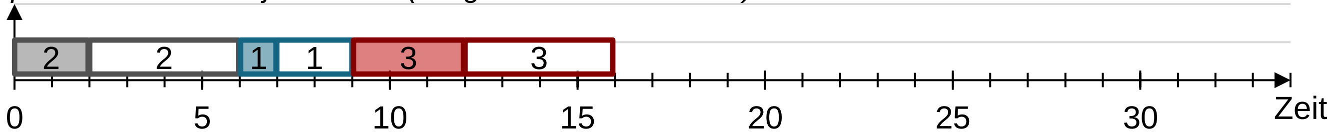
Produzieren



Beispiel 1 – Rüsten vor jeder produzierten Einheit (Losgröße 1)



Beispiel 2 – Rüsten vor jedem Los (Losgröße: Gesamtbedarf)



Vorteile
großer Produktionslose:

- geringe Rüstzeiten
- geringe Rüstkosten

Nachteile
großer Produktionslose:

- Hohe Lagerkosten
- Große Bestände
- Lange Durchlaufzeiten

Quelle: OMT, Kapitel 8
Bildquelle: OMT , S. 149 und 150

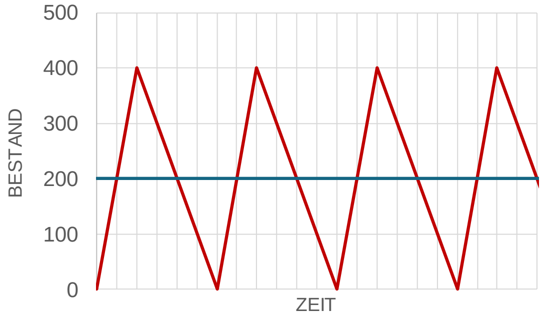
Losgrößenmodelle

Ziel

- Entscheidung bzgl. der **Auflagengröße** und **Auflagenzeitpunkte** der Lose, sodass der Nettobedarf für jedes Material rechtzeitig zur Verfügung steht und die **Summe der entscheidungsrelevanten Kosten minimal** ist

Zielkonflikt

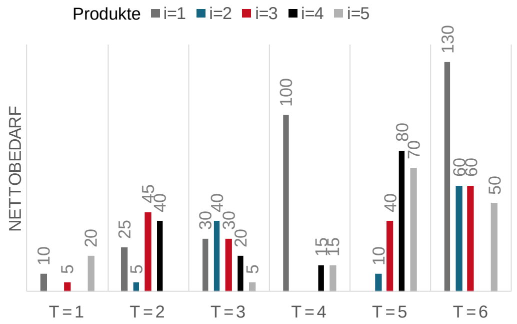
- Optimierungsproblem hinsichtlich der auflagefixen Kosten (**Rüstkosten**) und der **Lagerhaltungskosten** (Verfrühungskosten)



Losgrößenmodelle

1. Statischer Bedarf: Bedarfsrate im Planungszeitraum konstant (z.B. 100 Beistelltische je Monat)

2. Dynamischer Bedarf: Bedarfsrate variiert im Planungszeitraum (z.B. zunehmende Nachfrage nach Gartentischen im Frühjahr)



Beispiel Bierabfüllung

- Eine Traditionsbrauerei füllt Bier nach Auftragslage in Flaschen ab
- Der Bedarf an Flaschen ist für die **nächsten sechs Tage** bekannt
- Im Wechsel werden auf der Abfüllanlage **fünf verschiedene Biersorten** verarbeitet
- Die **Abfüllzeiten** hängen vom Kohlensäuregehalt ab und sind daher **sortenabhängig**
- Beim **Wechsel der Sorte** muss die Anlage gereinigt werden; zudem muss die Etikettiermaschine neu befüllt und eingestellt werden; der **Umfang** der Maßnahmen **hängt von der Biersorte ab**

Wann sind wie viele Flaschen der Biersorten in der nächsten Woche abzufüllen?

https://live.staticflickr.com/8184/8093316127_deb354904b_b.jpg , https://www.giornaledellabirra.it/storia-di-birra/il-piu-antico-birrificio-al-mondo-weihenstephan-germania/

Ausgangslage des Capacitated Lot Sizing Problem (CLSP)

b_{it} **Bedarf** von Produkt i in Periode t

k_i^l **Lagerkosten** je ME und ZE von Produkt i

k_i^s **Rüstkosten pro Rüstvorgang** von Produkt i

t_i^s **Rüstzeit** pro Rüstvorgang von Produkt i

c_t **Kapazität** in Periode t

t_i^p **Stückbearbeitungszeit** für Produkt i

L_{i0} **Anfangslagerbestand** von Produkt i

Annahmen:

- Eine Produktionsressource (Maschine, Anlage) — Abfüllanlage
- Mehrere Produktarten $\mathrm{i} = 1, \ldots, I$ — 5 Biersorten
- Mehrere diskrete Perioden $t = 1, \ldots, T$ (endlicher Planungshorizont) — 6 Tage
- Gegebene Kapazität c_t pro Periode — $c_t = 800 \text{ ZE}$
- Gegebener Bedarf b_{it} pro Produkt i und Periode t — Dispositionsstufenverfahren
- Wir starten mit einem Lagerbestand von L_{i0} für Produkt i. — $L_{\mathrm{i0}} \equiv 0$
- Serielle Bearbeitung mit fester Rate
  → Produktion einer Mengeneinheit von Produkt i benötigt Zeit $\mathrm{t_i^p}$ auf der Ressource
- Lagerkosten k_i^l pro Einheit von Produkt i und Zeitperiode
- Rüstkosten k_i^s und Rüstzeit t_i^s pro Rüstvorgang von Produkt i
- Fehlmengen sind nicht erlaubt
- Der Rüstzustand einer Periode wird nicht in die Folgeperiode übernommen.

Ziel:

- Kostenminimaler, zulässiger Produktionsplan

Beispiel - Produktionssystem

b_{it} **Bedarf** von Produkt i in Periode t

k_i^l **Lagerkosten** je ME und ZE von Produkt i

k_i^s **Rüstkosten pro Rüstvorgang** von Produkt i

t_i^s **Rüstzeit** pro Rüstvorgang von Produkt i

c_t **Kapazität** in Periode t

t_i^p **Stückbearbeitungszeit** für Produkt i

L_{i0} **Anfangslagerbestand** von Produkt i

ZE: Zeiteinheit

Bedarf b_{it}	$t=1$	$t=2$	$t=3$	$t=4$	$t=5$	$t=6$
$i=1$	10	25	30	100	0	130
$i=2$	0	5	40	0	10	60
$i=3$	5	45	30	0	40	60
$i=4$	0	40	20	15	80	0
$i=5$	20	0	5	15	70	50

	Rüstkosten [€] k_i^s	**Rüstzeit [ZE]** t_i^s	**Lagerkostensatz [€/(ZE und Stk.)]** k_i^l	**Bearbeitungszeit [ZE/Stk.]** t_i^p
$i=1$	20	30	3	1
$i=2$	50	100	5	2
$i=3$	40	50	6	1
$i=4$	30	40	4	4
$i=5$	50	40	3	2

Kapazität: c_t = 800 ZE für alle $t = 1,..,6$

Anfangslagerbestände: L_{i0} = 0 für alle $i = 1,..,5$

Quelle: OMT, Kapitel 8

Wenn wir „on-demand“ produzieren würden…

b_{it} **Bedarf** von Produkt i in Periode t

k_i^l **Lagerkosten** je ME und ZE von Produkt i

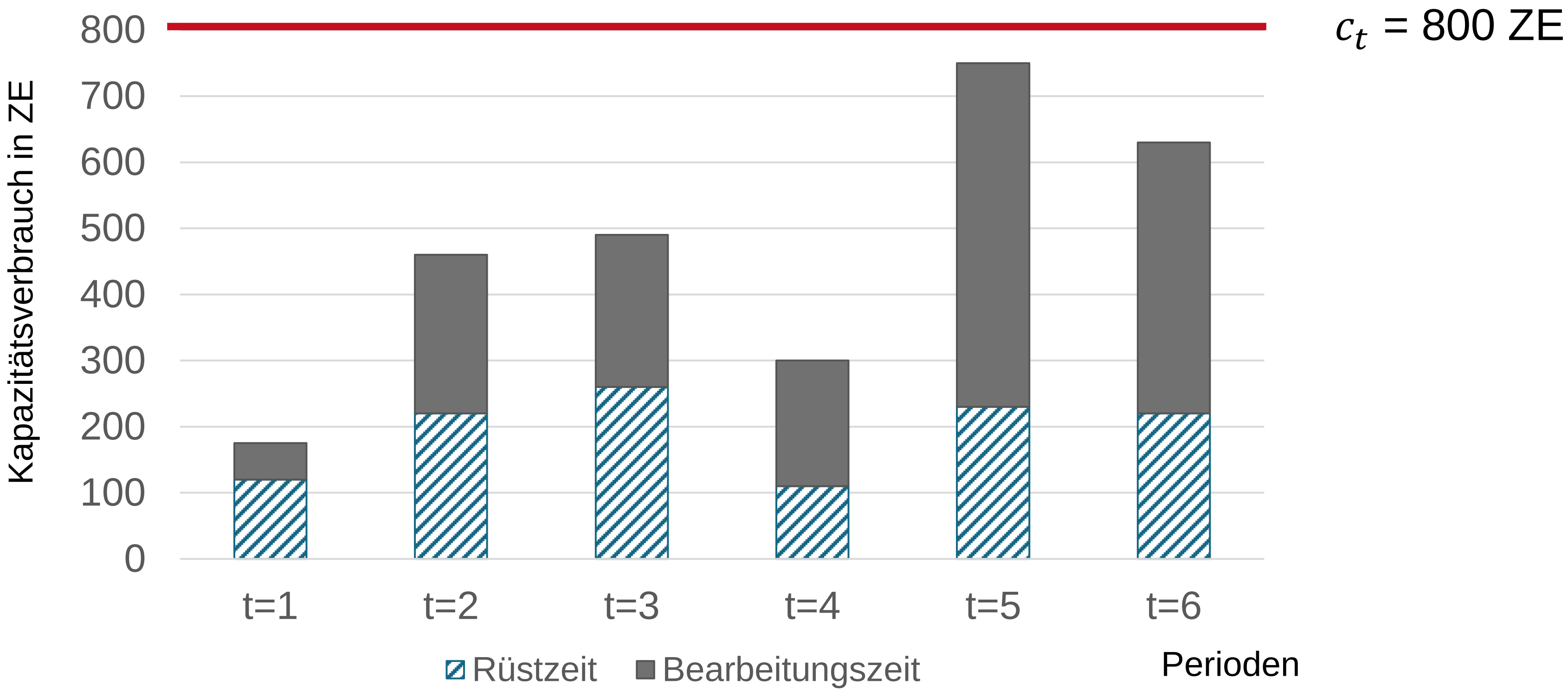
k_i^s **Rüstkosten pro Rüstvorgang** von Produkt i

t_i^s **Rüstzeit** pro Rüstvorgang von Produkt i

c_t **Kapazität** in Periode t

t_i^p **Stückbearbeitungszeit** für Produkt i

L_{i0} **Anfangslagerbestand** von Produkt i



- Keine Lagerhaltungskosten
- Hohe Rüstkosten (insgesamt 23 Lose bzw. 770 €)

Gibt es eine bessere Lösung?

Das CLSP-Modell (capacitated lot-sizing problem)

Parameter

b_{it} **Bedarf** von Produkt i in Periode t

k_i^l **Lagerkosten** je ME und ZE von Produkt i

k_i^s **Rüstkosten pro Rüst-vorgang** von Produkt i

t_i^s **Rüstzeit** pro Rüstvorgang von Produkt i

c_t **Kapazität** in Periode t

t_i^p **Stückbearbeitungszeit** für Produkt i

L_{i0} **Anfangslagerbestand** von Produkt i

M **Große Zahl**

Variablen

X_{it} **Produktionsmenge** von Produkt i in Periode t

L_{it} **Lagerbestand** von Produkt i in Periode t

γ_{it} **Binäre Rüstvariable**

Zielfunktion: Die Summe aus Rüst- und Lagerkosten über alle Perioden und Produkte soll minimiert werden.

Lagerbilanz: Die eingelagerte Menge am Ende der aktuellen Periode entspricht dem Lagerbestand am Ende der Vorperiode zuzüglich der produzierten Menge und abzüglich der nachgefragten Menge.

Lageranfangsbestand: Setzte Initialbestand gemäß der vorhandenen Menge

Kapazitätsrestriktion: Die Summe aus Rüstzeiten und Produktionszeiten aller Produkte in einer Periode darf die Periodenkapazität nicht überschreiten.

Rüstbedingung: Wenn für ein Produkt in einer Periode nicht gerüstet wird, ist die produzierte Menge dieses Produkts in dieser Periode 0. Wenn für ein Produkt in einer Periode gerüstet wird, wird die produzierte Menge durch die Rüstbedingung nicht eingeschränkt.

Variablendefinition: Produktionsmengen und Lagerbestände dürfen nicht negativ werden, Rüstvorgänge werden immer ganz oder gar nicht ausgeführt

Quelle: OMT, Kapitel 8

Das CLSP-Modell

JuMP Code wird in Übung besprochen.

Parameter

b_{it} **Bedarf** von Produkt i in Periode t

k_i^l **Lagerkosten** je ME und ZE von Produkt i

k_i^s **Rüstkosten pro Rüstvorgang** von Produkt i

t_i^s **Rüstzeit** pro Rüstvorgang von Produkt i

c_t **Kapazität** in Periode t

t_i^p **Stückbearbeitungszeit** für Produkt i

L_{i0} **Anfangslagerbestand** von Produkt i

M **Große Zahl**

Variablen

X_{it} **Produktionsmenge** von Produkt i in Periode t

L_{it} **Lagerbestand** von Produkt i in Periode t

γ_{it} **Binäre Rüstvariable**

$$\min \sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{I} (\underbrace{k_i^s \cdot \gamma_{it}}_{\text{Rüstkosten für Produkt } i \text{ in Periode } t} + \underbrace{k_i^l \cdot L_{it}}_{\text{Lagerkosten für Produkt } i \text{ in Periode } t})$$

Lagerbilanz:

$$L_{it-1} + X_{it} - b_{it} = L_{it}$$ für alle i=1,…,I, t=1,..,T

Anfangslagerbestand:

$$L_{i0} = l_i$$ für alle i=1,…,I

Kapazität:

$$\sum_{i=1}^{I} (t_i^s \cdot \gamma_{it} + t_i^p \cdot X_{it}) \leq c_t$$ für alle t=1,..,T

Rüstbedingung:

$$X_{it} \leq M \cdot \gamma_{it}$$ für alle i=1,…,I, t=1,..,T

Variablen:

$$\gamma_{it} \in \{0,1\}$$
$$X_{it} \geq 0$$
$$L_{it} \geq 0$$

Quelle: OMT, Kapitel 8

Das CLSP Modell - Kapazitätsrestriktion

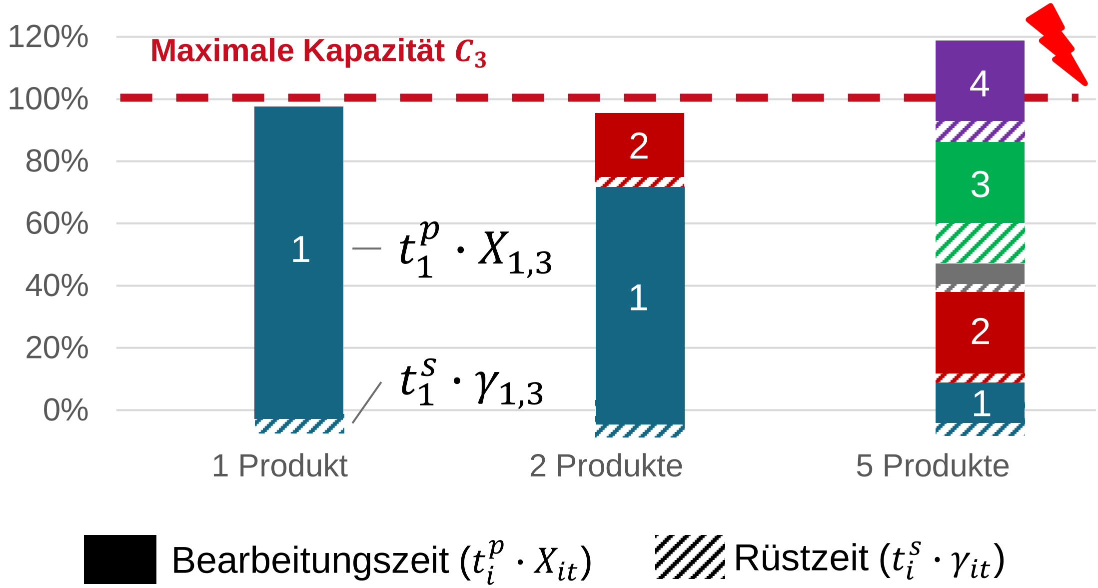
Parameter

- b_{it} **Bedarf** von Produkt i in Periode t
- k_i^l **Lagerkosten** je ME und ZE von Produkt i
- k_i^s **Rüstkosten pro Rüstvorgang** von Produkt i
- t_i^s **Rüstzeit** pro Rüstvorgang von Produkt i
- c_t **Kapazität** in Periode t
- t_i^p **Stückbearbeitungszeit** für Produkt i
- L_{i0} **Anfangslagerbestand** von Produkt i
- M **Große Zahl**

Variablen

- X_{it} **Produktionsmenge** von Produkt i in Periode t
- L_{it} **Lagerbestand** von Produkt i in Periode t
- γ_{it} **Binäre Rüstvariable**

$$\sum_{i=1}^{I} (\underbrace{t_i^s \cdot \gamma_{it}}_{\text{Rüstzeit für Produkt } i \text{ in Periode } t} + \underbrace{t_i^p \cdot X_{it}}_{\text{Bearbeitungszeit für Produkt } i \text{ in Periode } t}) \leq c_t$$



Reihenfolge lediglich zur Veranschaulichung

Periode $t = 3$

Das CLSP Modell - Rüstbedingung

Parameter

b_{it} **Bedarf** von Produkt i in Periode t

k_i^l **Lagerkosten** je ME und ZE von Produkt i

k_i^s **Rüstkosten pro Rüstvorgang** von Produkt i

t_i^s **Rüstzeit** pro Rüstvorgang von Produkt i

c_t **Kapazität** in Periode t

t_i^p **Stückbearbeitungszeit** für Produkt i

L_{i0} **Anfangslagerbestand** von Produkt i

M **Große Zahl**

Variablen

X_{it} **Produktionsmenge** von Produkt i in Periode t

L_{it} **Lagerbestand** von Produkt i in Periode t

γ_{it} **Binäre Rüstvariable**

$$X_{it} \leq M \cdot \gamma_{it}$$

1. Fall: $\boldsymbol{\gamma_{it} = 0}$
Es wird in Periode t nicht für Produkt *i* gerüstet

→ die Produktionsmenge X_{it} muss 0 sein ($X_{it} \leq 0$)

2. Fall: $\boldsymbol{\gamma_{it} = 1}$
Es wird in Periode t für Produkt i gerüstet

→ X_{it} darf nur von der Gesamtkapazität c_t eingeschränkt werden (NB 3)

$$\sum_{i=1}^{I} (t_i^s \cdot \gamma_{it} + t_i^p \cdot X_{it}) \leq c_t$$

Damit folgt für die große Zahl: $M = \max_{t,i}\left((c_t - t_i^s)/t_i^p\right)$

Quelle: OMT, Kapitel 8

Das CLSP Modell – Festlegung von M im Beispiel

Parameter

- b_{it} **Bedarf** von Produkt i in Periode t
- k_i^l **Lagerkosten** je ME und ZE von Produkt i
- k_i^s **Rüstkosten pro Rüstvorgang** von Produkt i
- t_i^s **Rüstzeit** pro Rüstvorgang von Produkt i
- c_t **Kapazität** in Periode t
- t_i^p **Stückbearbeitungszeit** für Produkt i
- L_{i0} **Anfangslagerbestand** von Produkt i
- M **Große Zahl**

Variablen

- X_{it} **Produktionsmenge** von Produkt i in Periode t
- L_{it} **Lagerbestand** von Produkt i in Periode t
- γ_{it} **Binäre Rüstvariable**

$$M = \max_{t,i}\left((c_t - t_i^s)/t_i^p\right)$$

Produkt	Rüstzeit [ZE] t_i^s	Bearbeitungszeit [ZE] t_i^p	Maximale Produktionsmenge $(c_t - t_i^s)/t_i^p$
$i = 1$	30	1	770
$i = 2$	100	2	350
$i = 3$	50	1	750
$i = 4$	40	4	190
$i = 5$	40	2	380

$c_t =$ 800 ZE für alle $t = 1,..,6$

$$M = max(770, 350, 750, 190, 380) = 770$$

Beispiel ($c_t = 800$ für alle $t = 1,..,6$)

d_{it}	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6
i=1	10	25	30	100		130
i=2		5	40		10	60
i=3	5	45	30		40	60
i=4		40	20	15	80	
i=5	20		5	15	70	50

Zielfunktionswert: 750 €

Produktionsmenge von Produkt i in Periode t

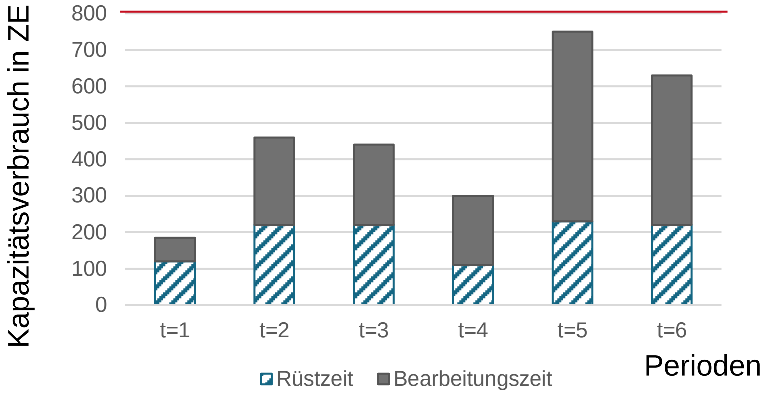
```
In [33]:  JuMP.value.(X)

Out[33]: 5x6 Array{Float64,2}:
  10.0  25.0  30.0  100.0   0.0  130.0
   0.0   5.0  40.0    0.0  10.0   60.0
   5.0  45.0  30.0    0.0  40.0   60.0
   0.0  40.0  20.0   15.0  80.0    0.0
  25.0   0.0   0.0   15.0  70.0   50.0
```

Lagerbestand von Produkt i am Ende von Periode t

```
In [34]:  JuMP.value.(L)

Out[34]: 2-dimensional DenseAxisArray{Float64,2,...} with index sets:
    Dimension 1, 1:5
    Dimension 2, 0:6
And data, a 5x7 Array{Float64,2}:
 0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
 0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
 0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
 0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
 0.0  5.0  5.0  0.0  0.0  0.0  0.0
```

Binäre Rüstvariable von Produkt i in Periode t

```
In [35]:  JuMP.value.(gamma)

Out[35]: 5x6 Array{Float64,2}:
 1.0  1.0  1.0  1.0  0.0  1.0
 0.0  1.0  1.0  0.0  1.0  1.0
 1.0  1.0  1.0  0.0  1.0  1.0
 0.0  1.0  1.0  1.0  1.0  0.0
 1.0  0.0  0.0  1.0  1.0  1.0
```



∅ 1,67 Stk/Periode

Anzahl Lose 22

Beispiel ($c_t = 800$ für alle $t = 1,..,6$ und 100-fachen Rüstkosten)

d_{it}	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6
i=1	10	25	30	100		130
i=2		5	40		10	60
i=3	5	45	30		40	60
i=4		40	20	15	80	
i=5	20		5	15	70	50

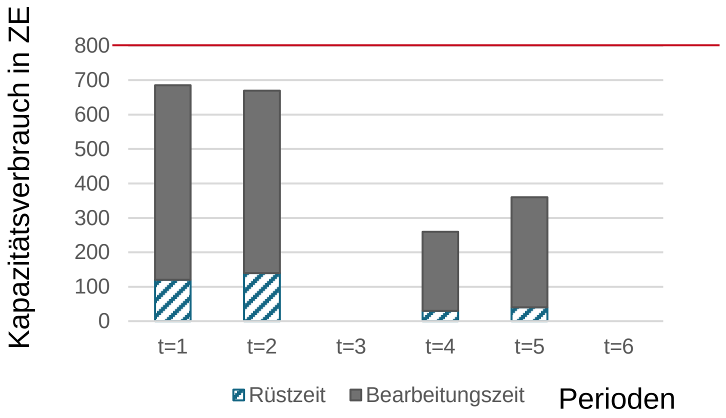
Produktionsmenge von Produkt i in Periode t

```
In [53]:  JuMP.value.(X)

Out[53]: 5×6 Array{Float64,2}:
   65.0    0.0  0.0  230.0   0.0  0.0
    0.0  115.0  0.0    0.0   0.0  0.0
  180.0    0.0  0.0    0.0   0.0  0.0
    0.0   75.0  0.0    0.0  80.0  0.0
  160.0    0.0  0.0    0.0   0.0  0.0
```

Lagerbestand von Produkt i am Ende von Periode t

```
In [54]:  JuMP.value.(L)

Out[54]: 2-dimensional DenseAxisArray{Float64,2,...} with index sets:
             Dimension 1, 1:5
             Dimension 2, 0:6
         And data, a 5×7 Array{Float64,2}:
          0.0   55.0   30.0    0.0  130.0  130.0  0.0
          0.0    0.0  110.0   70.0   70.0   60.0  0.0
          0.0  175.0  130.0  100.0  100.0   60.0  0.0
          0.0    0.0   35.0   15.0    0.0    0.0  0.0
          0.0  140.0  140.0  135.0  120.0   50.0  0.0
```

∅ 66 Stk/Periode



Binäre Rüstvariable von Produkt i in Periode t

```
In [55]:  JuMP.value.(gamma)

Out[55]: 5×6 Array{Float64,2}:
          1.0  0.0  0.0  1.0  0.0  0.0
          0.0  1.0  0.0  0.0  0.0  0.0
          1.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
          0.0  1.0  0.0  0.0  1.0  0.0
          1.0  0.0  0.0  0.0  0.0  0.0
```

Anzahl Lose 7

Beispiel ($c_t = 400$ für alle $t = 1,..,6$)

d_{it}	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6
i=1	10	25	30	100		130
i=2		5	40		10	60
i=3	5	45	30		40	60
i=4		40	20	15	80	
i=5	20		5	15	70	50

Zielfunktionswert: 2.495 €

Produktionsmenge von Produkt i in Periode t

```
In [66]:  JuMP.value.(X)

Out[66]: 5×6 Array{Float64,2}:
  30.0  35.0   0.0  100.0    0.0  130.0
   0.0  55.0   0.0    0.0    0.0   60.0
   5.0  75.0   0.0    0.0  100.0    0.0
  40.0   0.0  58.0   57.0    0.0    0.0
  20.0   0.0  35.0    0.0  105.0    0.0
```

Lagerbestand von Produkt i am Ende von Periode t

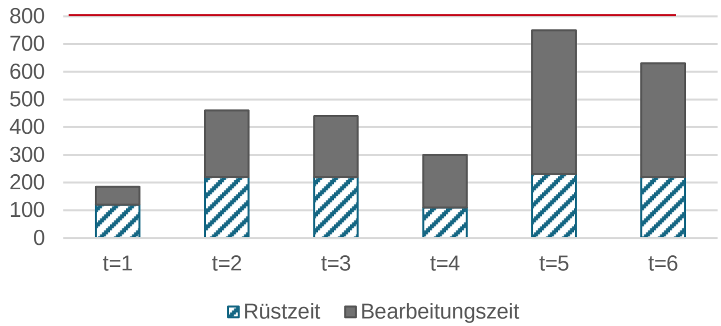
```
In [67]:  JuMP.value.(L)

Out[67]: 2-dimensional DenseAxisArray{Float64,2,...} with index sets:
    Dimension 1, 1:5
    Dimension 2, 0:6
And data, a 5×7 Array{Float64,2}:
 0.0  20.0  30.0   0.0   0.0   0.0  0.0
 0.0   0.0  50.0  10.0  10.0   0.0  0.0
 0.0   0.0  30.0   0.0   0.0  60.0  0.0
 0.0  40.0   0.0  38.0  80.0   0.0  0.0
 0.0   0.0   0.0  30.0  15.0  50.0  0.0
```

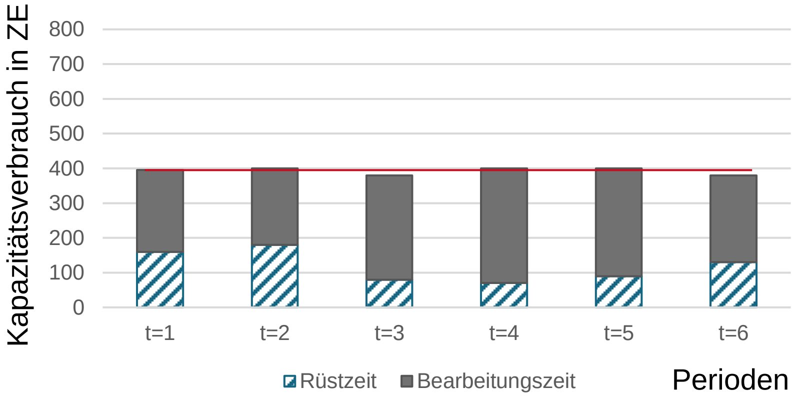
∅ 77 Stk/Periode

Binäre Rüstvariable von Produkt i in Periode t

```
In [68]:  JuMP.value.(gamma)

Out[68]: 5×6 Array{Float64,2}:
 1.0  1.0  0.0  1.0  0.0  1.0
 0.0  1.0  0.0  0.0  0.0  1.0
 1.0  1.0  0.0  0.0  1.0  0.0
 1.0  0.0  1.0  1.0  0.0  0.0
 1.0  0.0  1.0  0.0  1.0  0.0
```

Anzahl Lose 15





Beispiel ($c_t = 400$ für alle $t = 1,..,6$ und 100-fachem Rüstkostensatz)

d_{it}	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6
i=1	10	25	30	100		130
i=2		5	40		10	60
i=3	5	45	30		40	60
i=4		40	20	15	80	
i=5	20		5	15	70	50

Produktionsmenge von Produkt i in Periode t

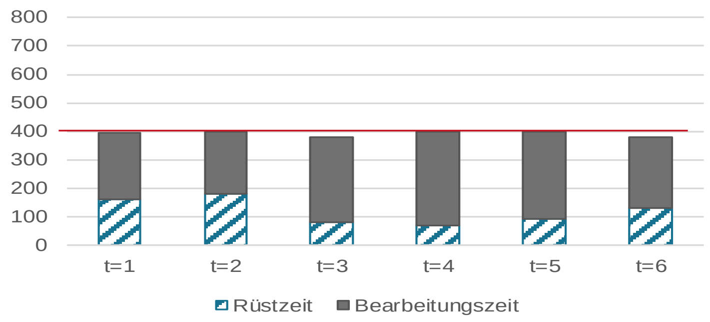
```
In [35]:  JuMP.value.(X)

Out[35]:  5×6 Array{Float64,2}:
   65.0   0.0   0.0  100.0   0.0  130.0
    0.0  45.0   0.0    0.0  70.0    0.0
  120.0   0.0   0.0    0.0   0.0   60.0
    0.0  40.0  85.0    0.0  30.0    0.0
   45.0   0.0   0.0  115.0   0.0    0.0
```

Lagerbestand von Produkt i am Ende von Periode t

```
In [36]:  JuMP.value.(L)

Out[36]:  2-dimensional DenseAxisArray{Float64,2,...} with index sets:
              Dimension 1, 1:5
              Dimension 2, 0:6
          And data, a 5×7 Array{Float64,2}:
           0.0   55.0  30.0   0.0    0.0   0.0  0.0
           0.0    0.0  40.0   0.0    0.0  60.0  0.0
           0.0  115.0  70.0  40.0   40.0   0.0  0.0
           0.0    0.0   0.0  65.0   50.0   0.0  0.0
           0.0   25.0  25.0  20.0  120.0  50.0  0.0
```

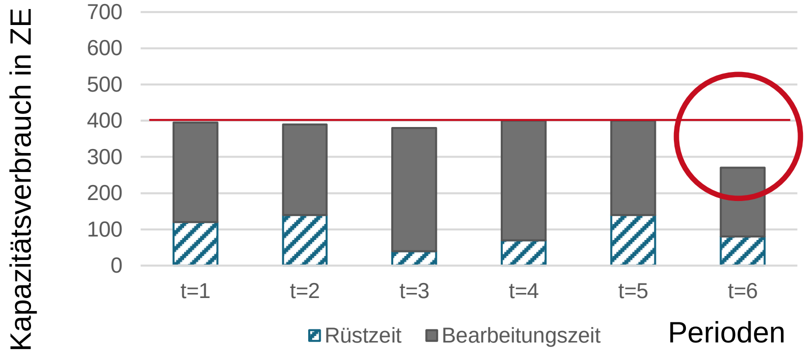
Binäre Rüstvariable von Produkt i in Periode t

```
In [37]:  JuMP.value.(gamma)

Out[37]:  5×6 Array{Float64,2}:
           1.0  0.0  0.0  1.0  0.0  1.0
           0.0  1.0  0.0  0.0  1.0  0.0
           1.0  0.0  0.0  0.0  0.0  1.0
           0.0  1.0  1.0  0.0  1.0  0.0
           1.0  0.0  0.0  1.0  0.0  0.0
```



∅ 82 Stk/Periode

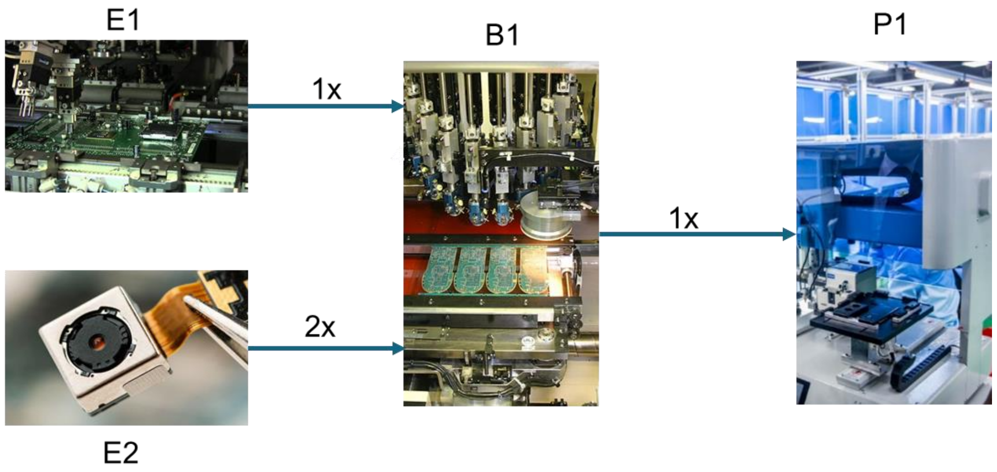
Anzahl Lose 12



Das Capacitated Lot Scheduling Problem (CLSP)

Weitere Problemaspekte:

- Parallele Maschinen
- Mehrstufige Prozesse
- Reihenfolgeabhängige Rüstzeiten und -kosten
- Übertragung des Rüstzustandes am Periodenende
- Unsichere Nachfrage
- Kapazitätsabhängige Kosten



Modul PSiP: Planung und Steuerung der industriellen Produktion

Quelle: OMT, Kapitel 8

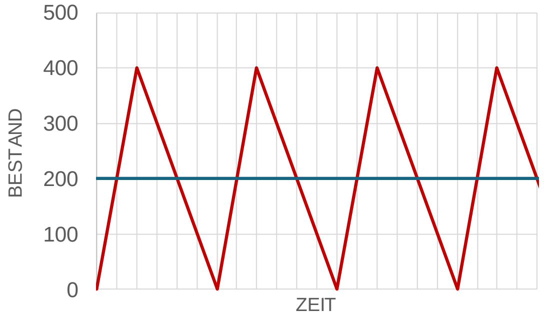
Losgrößenmodelle

Ziel

- Entscheidung bzgl. der Auflagengröße und Auflagenzeitpunkte der Lose, sodass der Nettobedarf jeder Komponente rechtzeitig zur Verfügung steht und die Summe der entscheidungsrelevanten Kosten minimal ist

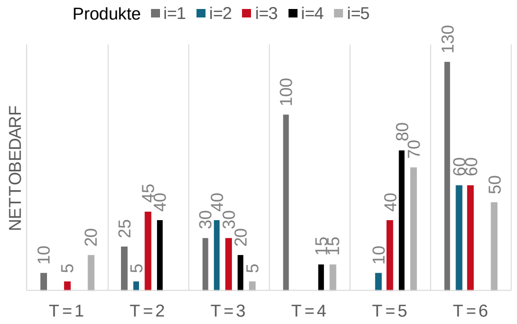
Zielkonflikt

- Optimierungsproblem hinsichtlich der auflagefixen Kosten (Rüstkosten) und der Lagerhaltungskosten



Losgrößenmodelle

1. Statischer Bedarf: Bedarfsrate im Planungszeitraum konstant (z.B. 100 Beistelltische je Monat)
2. Dynamischer Bedarf: Bedarfsrate variiert im Planungszeitraum (z.B. zunehmende Nachfrage nach Gartentischen im Frühjahr)



Modellübersicht – Losgrößenmodelle bei konstanter Nachfragerate

Economic order quantity (EOQ)

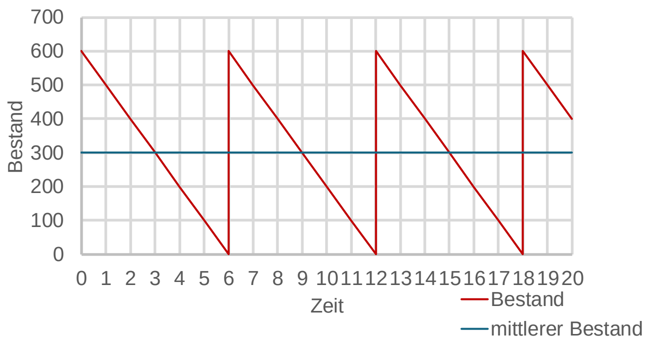
Festlegung von Losgrößen bei einem Produkt und spontanem Lagerzugang

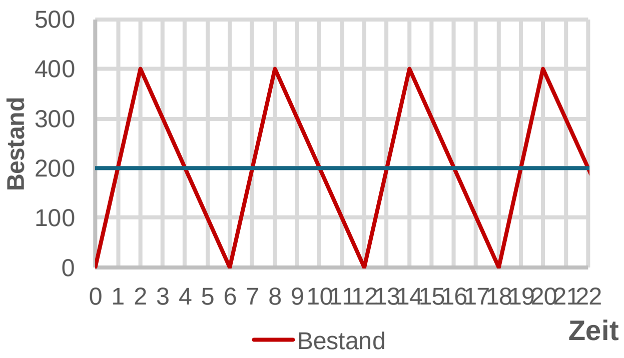
Economic production quantity (EPQ)

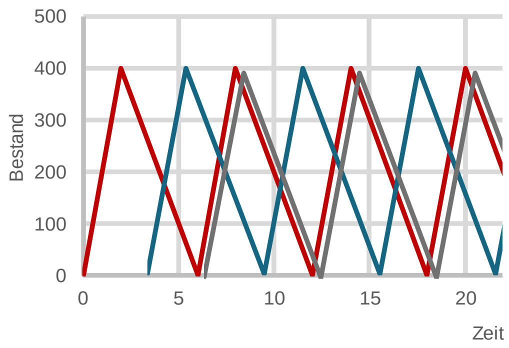
Festlegung von Losgrößen bei einem Produkt und begrenzter Lagerzugangs-geschwindigkeit

Economic lot scheduling problem (ELSP)

Festlegung von Losgrößen für mehrere Produkte bei begrenzter Lagerzugangs-geschwindigkeit







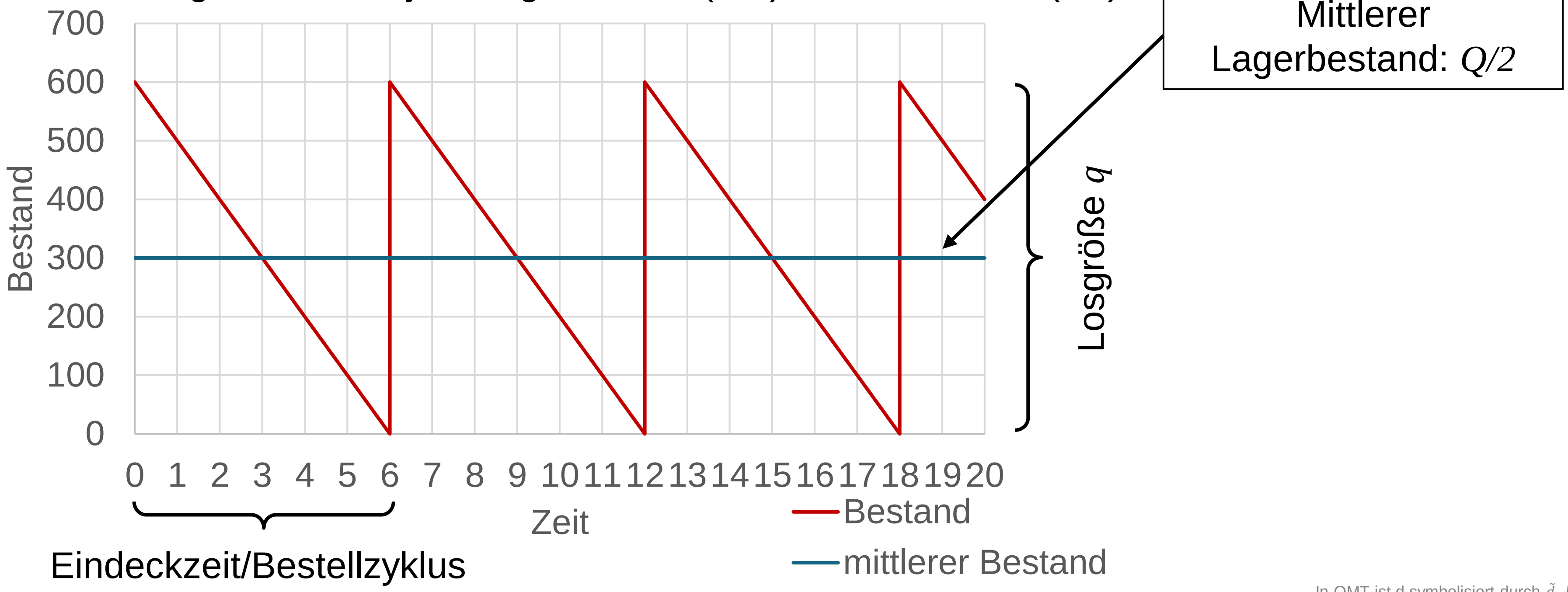
Modellannahmen

EOQ= Economic order quantity

b Bedarfsrate
Q Bestellmenge
k^s Auflagekosten je Los
k^l Lagerkosten je Mengeneinheit und Zeitperiode

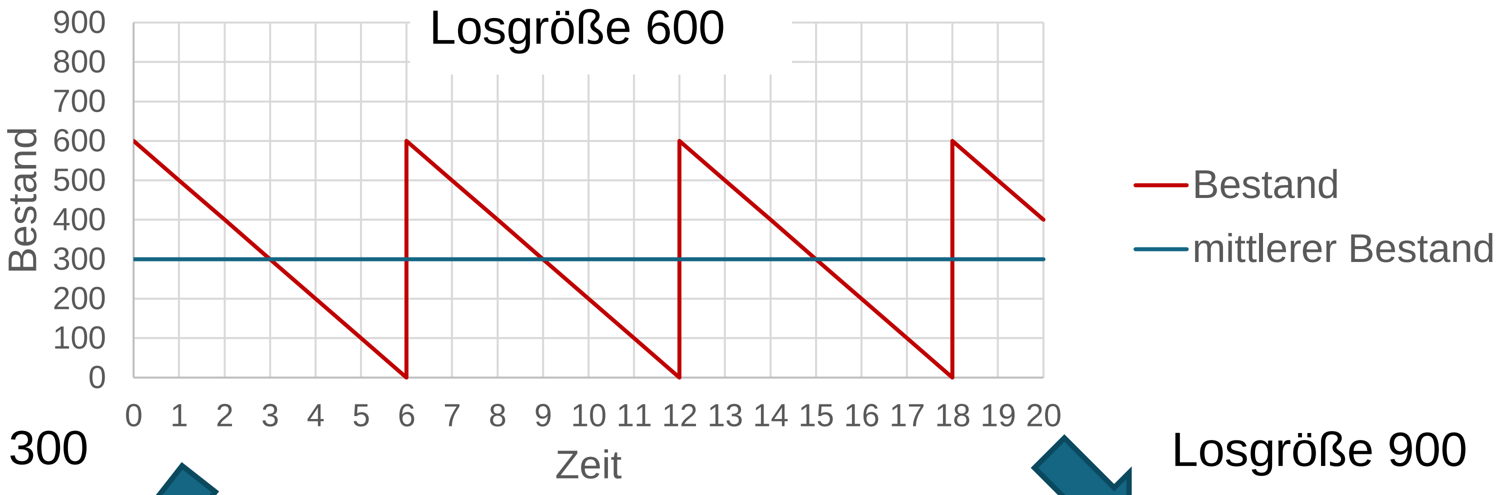
Annahmen

- Mehrere Perioden
- Bekannter und gleichmäßig verteilter Bedarf im Planungszeitraum → konstante Bedarfsrate (z.B. Stück / Woche)
- Fehlmengen sind nicht erlaubt
- Spontaner Lagerzugang (unendlich schnelle Produktion)
- Auflagefixe Kosten k^s je Los
- Lagerkosten k^l je Mengeneinheit (ME) und Zeiteinheit (ZE)



In OMT ist d symbolisiert durch $\tilde{d}$, k^s ist s, und k^l ist h.

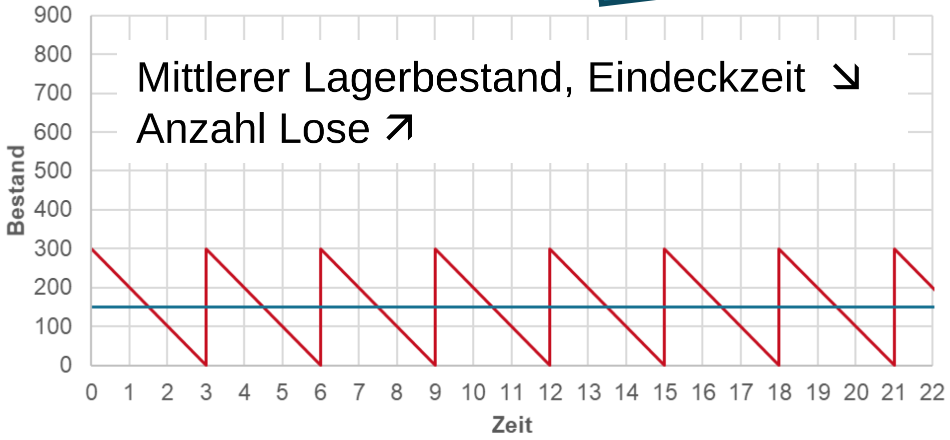
Auswirkungen unterschiedlicher Losgrößen



Losgröße 300

Losgröße 900

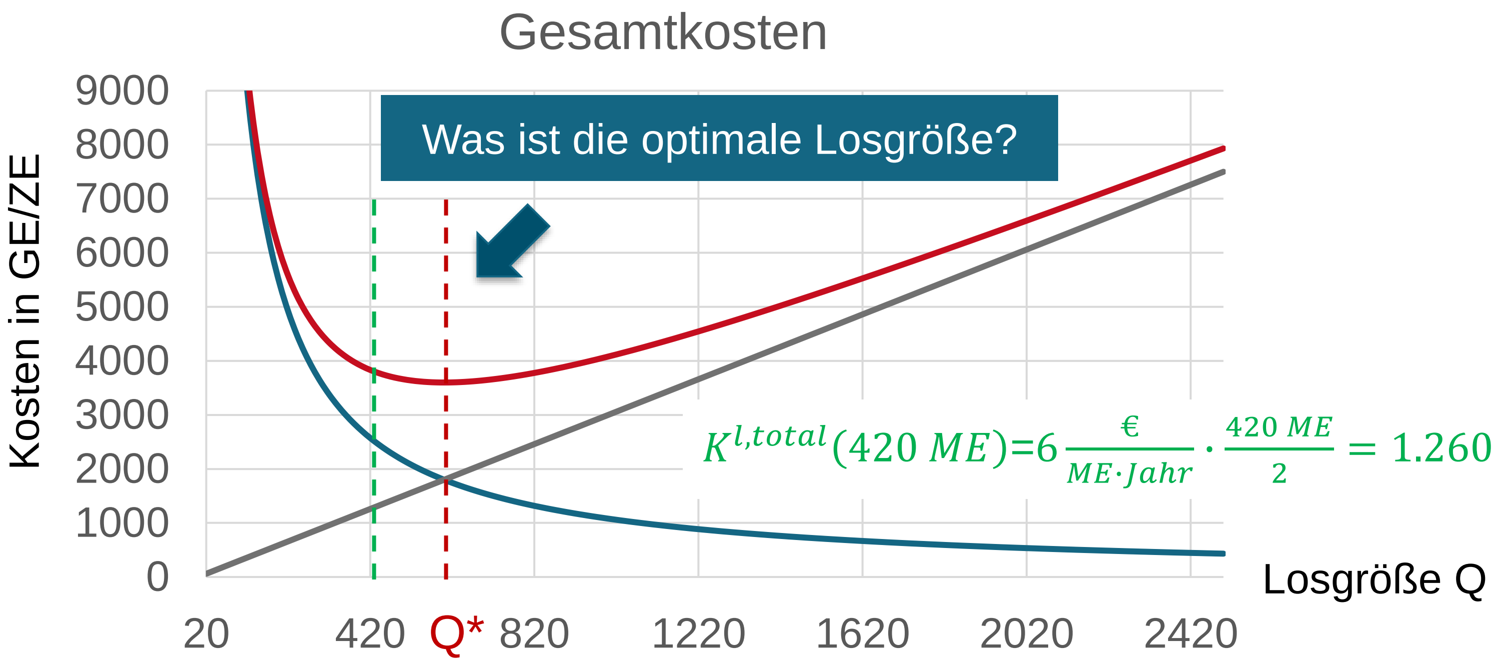
Mittlerer Lagerbestand, Eindeckzeit ↘
Anzahl Lose ↗



Zielfunktion

EOQ= Economic order quantity

b Bedarfsrate
Q Bestellmenge
k^s Auflagekosten je Los
k^l Lagerkosten je Mengeneinheit und Zeitperiode



$K^{l,total}(420\ ME) = 6 \frac{€}{ME \cdot Jahr} \cdot \frac{420\ ME}{2} = 1.260\ €/Jahr$

Gesamtkosten je Periode K^{total} = Bestellkosten $K^{s,total}(Q) = k^s \cdot \underbrace{\frac{b}{Q}}_{\text{Auflagehäufigkeit je Periode}}$ + Lagerkosten $K^{l,total}(Q) = k^l \cdot \underbrace{\frac{Q}{2}}_{\text{Mittlerer Bestand}}$

$K^{s,total}(420\ ME) = 30€ \cdot \frac{36.000\ ME/Jahr}{420\ ME} = 2.571\ €/Jahr$ ← 85 Lose

Quelle: OMT, Kapitel 7
In OMT ist d symbolisiert durch $\tilde{d}$, k^s ist s, und k^list h.

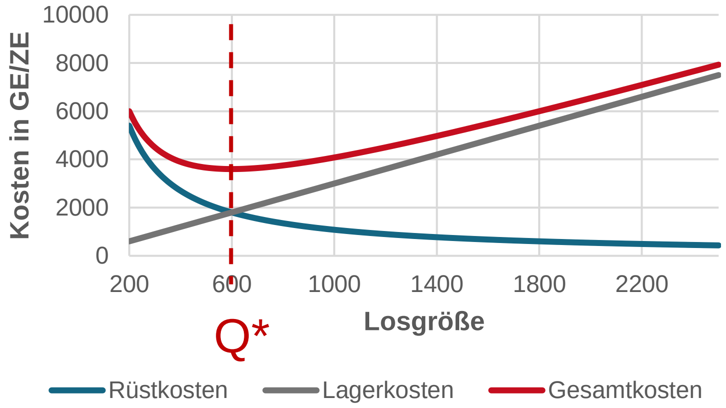
Optimale Bestellmenge

EOQ= Economic order quantity

b Bedarfsrate
Q Bestellmenge
k^s Auflagekosten je Los
k^l Lagerkosten je Mengeneinheit und Zeitperiode

Im EOQ Modell:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k^s \cdot b}{k^l}}$$



Gesamtkosten $K^{total}(Q)$ = Bestellkosten $K^{s,total}(Q)$+ Lagerkosten $K^{l.total}(Q)$

$$K^{total}(Q) = K^{s,total}(Q) + K^{l,total}(Q) = k^s \cdot \frac{b}{Q} + k^l \cdot \frac{Q}{2}$$

$$K^{total}(Q)' = \frac{d\ K^{total}(Q)}{d\ Q} = -k^s \frac{b}{Q^2} + \frac{k^l}{2} = 0$$

$$\boxed{\rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k^s \cdot b}{k^l}}}$$

Quelle: OMT, Kapitel 7
In OMT ist d symbolisiert durch $\tilde{d}$, k^s ist s, und k^list h.

Losgrößenplanung im Beispiel

EOQ= Economic order quantity

b Bedarfsrate
Q Bestellmenge
k^s Auflagekosten je Los
k^l Lagerkosten je Mengeneinheit und Zeitperiode

Im EOQ Modell:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k^s \cdot b}{k^l}}$$

Ausgangslage

- Die Brauerei bezieht ein spezielles Reinigungsmittel von der Firma EcoRinse
- Das Reinigungsmittel wird in Containern á 10 ME geliefert

Daten und Problemstellung

- 360 Tage pro Jahr
- Bedarfsrate b = 36.000 ME pro Jahr
- Bestellkostensatz k^s= 30€ pro Bestellung
- Lagerkostensatz k^l= 6€ je ME und Jahr

Gesucht

- Optimale Losgröße
- Eindeckzeit („Wie lange hält ein Los?“)
- Durchschnittliche Kosten bei optimaler Losgröße
- Kostenabweichung bei Abweichung von optimaler Losgröße um 5 % (+/-)

Quelle: OMT, Kapitel 7
In OMT ist d symbolisiert durch $\tilde{d}$, k^s ist s, und k^list h
https://fr.wikipedia.org/wiki/Fichier:Intermediate_Bulk_Container_fcm.jpg.

Losgrößenplanung im Beispiel

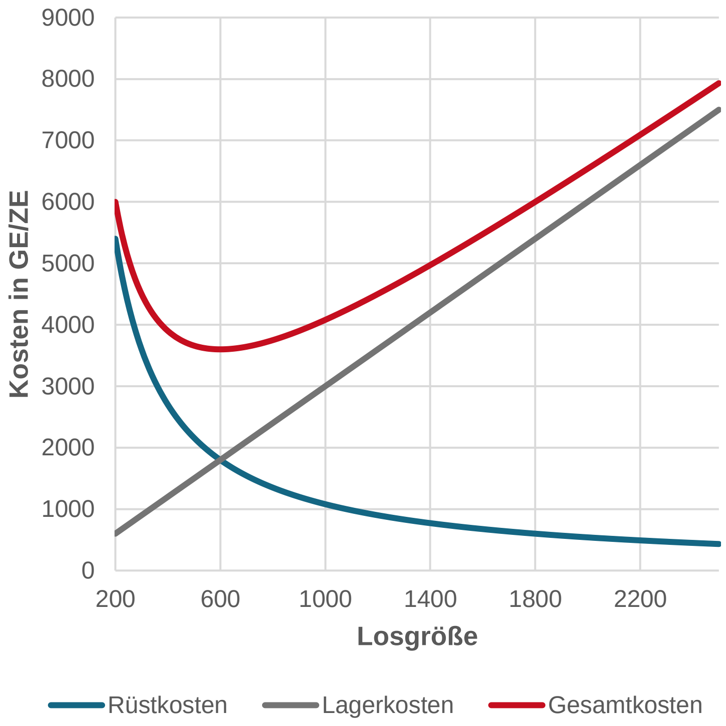
EOQ= Economic order quantity

b Bedarfsrate
Q Bestellmenge
k^s Auflagekosten je Los
k^l Lagerkosten je Mengeneinheit und Zeitperiode

$b = 36.000$ ME / Jahr
$k^s = 30$ € /Bestellung
$k^l = 6$ € / (ME und Jahr)

Optimale Bestellmenge

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k^s \cdot b}{k^l}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 30€ \cdot 36.000 \frac{\text{ME}}{\text{Jahr}}}{6 \frac{€}{\text{ME Jahr}}}} = 600 \text{ ME}$$



Eindeckzeit / Bestellzyklus

$$\frac{Q^*}{b} = \frac{600 \text{ ME}}{36000 \text{ ME/Jahr}} \cdot 360 \text{ Tage/Jahr} = \frac{600 \text{ ME}}{100 \text{ ME/Tag}} = 6 \text{ Tage}$$

Quelle: OMT, Kapitel 7
In OMT ist d symbolisiert durch $\tilde{d}$, k^s ist s, und k^list h.

Losgrößenplanung im Beispiel

EOQ= Economic order quantity

b Bedarfsrate
Q Bestellmenge
k^s Auflagekosten je Los
k^l Lagerkosten je Mengeneinheit und Zeitperiode

$b = 36.000$ ME / Jahr
$k^s = 30$ € /Bestellung
$k^l = 6$ € / (ME und Jahr)
$Q^* = 600$ ME/Bestellung

Minimale durchschnittliche Kosten

$$K^{\mathrm{total}}(Q^*) = k^s \cdot \frac{b}{Q^*} + k^l \cdot \frac{Q^*}{2}$$

$$= 30€ \cdot \frac{36000 \frac{\mathrm{ME}}{\mathrm{Jahr}}}{600\ \mathrm{ME}} + 6€ \cdot \frac{600\ \mathrm{ME}}{2} = 1.800 + 1.800 = 3.600 \frac{€}{\mathrm{Jahr}} = 10 \frac{€}{\mathrm{Tag}}$$

Kostenabweichung (+/- 5% Abweichung von optimaler Losgröße)

$$K(1{,}05 \cdot Q^*) = 10{,}12\ \frac{€}{\mathrm{Tag}}\ (+1{,}2\ \%)$$

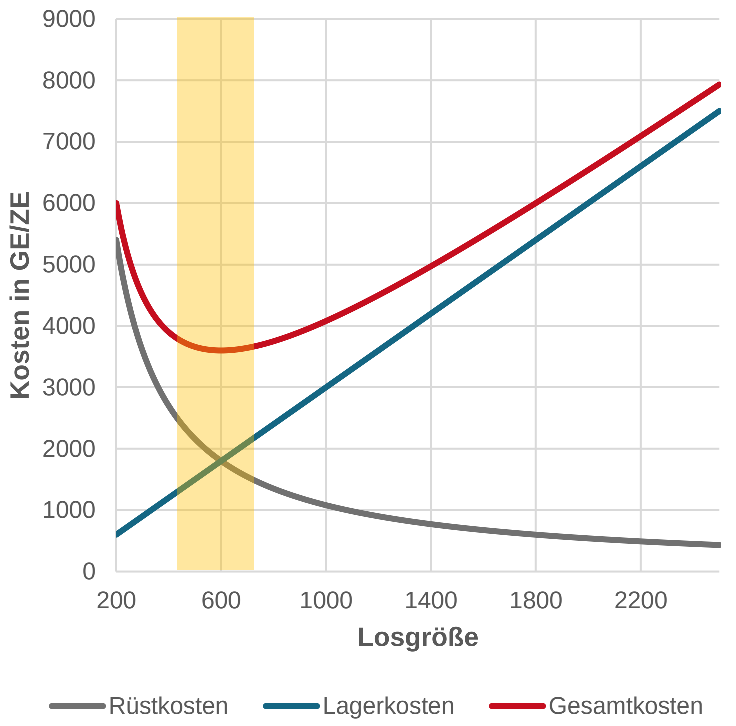
$$K(0{,}95 \cdot Q^*) = 10{,}13\ \frac{€}{\mathrm{Tag}}\ (+1{,}3\ \%)$$

Kleinere Abweichungen wirken sich nur geringfügig aus

Quelle: OMT, Kapitel 7
In OMT ist d symbolisiert durch $\tilde{d}$, k^s ist s, und k^l ist h.

Losgrößenplanung im Beispiel

Los-größe	Gesamt-kosten	Rüst-kosten	Lager-kosten	Grenz-rüstkosten	Grenz-lagerkosten
500	3.660	2.160	1.500	-4,32	3,00
520	3.637	2.077	1.560	-3,99	3,00
540	3.620	2.000	1.620	-3,70	3,00
560	3.609	1.929	1.680	-3,44	3,00
580	3.602	1.862	1.740	-3,21	3,00
600	**3.600**	**1.800**	**1.800**	**-3,00**	**3,00**
620	3.602	1.742	1.860	-2,81	3,00
640	3.608	1.688	1.920	-2,64	3,00
660	3.616	1.636	1.980	-2,48	3,00
680	3.628	1.588	2.040	-2,34	3,00
700	3.643	1.543	2.100	-2,20	3,00



Im Optimum entsprechen die Lagerkosten den Rüstkosten sowie die Grenzlagerkosten dem Betrag der Grenzrüstkosten.

Zwischenfazit

EOQ= Economic order quantity

Im EOQ Modell:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \cdot k^s \cdot b}{k^l}}$$

b Bedarfsrate
Q Bestellmenge
k^s Kosten pro Bestellung
k^l Lagerkosten je Mengeneinheit und Zeitperiode

Das **EOQ Modell** gibt die optimale Losgröße an bei

- **mehreren Perioden**,
- bekannter, im Planungszeitraum **konstantem Bedarf je Periode** und
- wenn **Fehlmengen nicht erlaubt** sind.

Die **optimale Losgröße**

- **steigt** mit der **Nachfrage**,
- **steigt** mit den **Bestellkosten**,
- **sinkt** mit den **Lagerhaltungskosten**.

Kleine Losgrößen und somit auch **niedrige Bestände** lassen sich wirtschaftlich nur dann realisieren, wenn **Rüstkosten** im Vergleich zu Lagerkosten **klein** sind und **hinreichend Kapazität** verfügbar ist.

Die **Gesamtkosten reagieren nur geringfügig auf kleineren Abweichungen** von der optimalen Bestellmenge.

Im Optimum entsprechen die Lagerkosten den Rüstkosten sowie die Grenzlagerkosten dem Betrag der Grenzrüstkosten

Fazit

- Für die **ökonomisch relevantesten Teile und Baugruppen** lässt sich der Sekundärbedarf für ein gegebene Produktionsprogramm mittels **programmorientierter Dispositionsverfahren** berechnen. Die Datengrundlage liefern **Stücklisten**. Besondere Herausforderungen ergeben sich bei **Lagermöglichkeiten** und **Vorlaufzeiten**.
- Die **Losgrößenplanung** bestimmt die Anzahl der unmittelbar nacheinander bearbeiteten Einheiten einer Produktart im Zielkonflikt **auflagenfixer (Rüst-) Kosten** sowie **mengenabhängiger Lagerkosten**.
- Bei **schwankendem Bedarf und mehreren Produktarten**, können Losgrößen durch **Formulierung und Lösung des CLSP-Modells** bestimmt werden
- Bei **gleichbleibendem Bedarf** können Losgrößen **analytisch** bestimmt werden; im **Ein-Produkt-Fall bei unendlicher Produktionsgeschwindigkeit** ist das **EOQ-Modell** anwendbar

Fakultät VII Wirtschaft & Management
Fachgebiet Industrielles Produktions- und Dienstleistungsmanagement
Prof. Dr. Thomas Volling

Mathematische Darstellung von Erzeugnisstrukturen: lineares Gleichungssystem

Idee: Formulierung von Gleichungen zur Berechnung des Gesamtbedarfs je Erzeugnis

Vorüberlegung: Sekundärbedarf

$$y_{E1} = 5 \cdot b_{B2} + 3 \cdot b_{P1}$$

b_i Gesamtbedarf des (übergeordneten) Erzeugnisses *i*, d.h. die insgesamt bereitzustellende Menge des Erzeugnisses *i*

y_k Sekundärbedarf des Erzeugnisses *k*

$$y_k = \sum_{i \in N_k} r_{ki} \cdot b_i \qquad k = 1, 2, \ldots, K$$

r_{ki} Direktbedarfskoeffizienten, d.h. Anzahl der Mengeneinheiten des Erzeugnisses k, die zur Produktion einer Mengeneinheit des Erzeugnisses i benötigt werden

N_k Menge der dem Erzeugnis k direkt übergeordneten Erzeugnisse (Nachfolger des Erzeugnisses k)

Erzeugnis P1			
Position	**Sach-nummer**	**Menge**	**Bezeichnung**
1	E1	3	Einzelteil
2	B1	2	Baugruppe
3	B2	1	Baugruppe
4	E2	2	Einzelteil
Erzeugnis B1			
1	B2	2	Baugruppe
2	E2	4	Einzelteil
Erzeugnis B2			
1	E1	5	Einzelteil
2	E2	2	Einzelteil

Ausgewählte Nachfolgermengen

$$N_{E1} = \{B2, P1\}$$
$$N_{E2} = \{B1, B2, P1\}$$

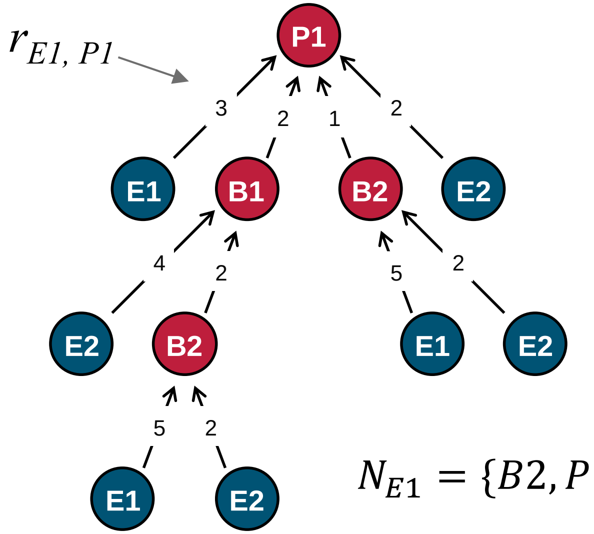
Günther/Tempelmeier (2012)

Gesamtbedarfsermittlung mittels linearem Gleichungssystem

Berechnung der Sekundärbedarfsmengen

$$
\begin{aligned}
y_{E1} &= 5 \cdot b_{B2} + 3 \cdot b_{P1} \\
y_{E2} &= 4 \cdot b_{B1} + 2 \cdot b_{B2} + 2 \cdot b_{P1} \\
y_{B1} &= 2 \cdot b_{P1} \\
y_{B2} &= 2 \cdot b_{B1} + 1 \cdot b_{P1} \\
y_{P1} &= 0
\end{aligned}
$$

$$b_k = \sum_{i \in N_k} r_{ki} \cdot b_i + r_k \qquad k = 1, 2, \ldots, K$$



$$N_{E1} = \{B2, P1\}$$

$$N_{E2} = \{B1, B2, P1\}$$

Gesamtbedarf: $b_k = \underbrace{y_k}_{\text{Sekundärbedarf}} + \underbrace{r_k}_{\text{Primärbedarf}} \qquad k = 1, 2, \ldots, K$

$$
\begin{aligned}
b_{E1} &= 5 \cdot b_{B2} + 3 \cdot b_{P1} + \cancel{r_{E1}} \\
b_{E2} &= 4 \cdot b_{B1} + 2 \cdot b_{B2} + 2 \cdot b_{P1} + \cancel{r_{E2}} \\
b_{B1} &= 2 \cdot b_{P1} + \cancel{r_{B1}} \\
b_{B2} &= 2 \cdot b_{B1} + 1 \cdot b_{P1} + \cancel{r_{B2}} \\
b_{P1} &= + r_{P1}
\end{aligned}
$$

Kein Primärbedarf

$b_{P1} = r_{P1}$ $\quad b_{B1} = 2 \cdot b_{P1} = 2 \cdot r_{P1}$ $\quad b_{B2} = 2 \cdot b_{B1} + 1 \cdot b_{P1} = 5 \cdot r_{P1}$ $\quad b_{E2} = 20 \cdot r_{P1}$ $\quad b_{E1} = 28 \cdot r_{P1}$

Günther/Tempelmeier (2012)