

Ü01: Univariate Deskriptive Statistik, Teil 1

Aufgaben

Teil A

Für die Bewertung einer Klausur gelte folgender Notenschlüssel:

Note	Punkte von	bis (unter)
1	92	100
2	75	92
3	58	75
4	50	58
5	0	50

An der Klausur nahmen insgesamt 16 Studenten teil.

- 2 Studierende erhielten die Note 1.
- 3 Studierende erhielten die Note 2.
- 4 Studierende erhielten die Note 3.
- 3 Studierende erhielten die Note 4.

- 1) Wie sind die folgenden beiden Merkmale skaliert?
X: „Erreichte Punkte in der Klausur“
Y: „Erhaltene Note in der Klausur“
- 2) Stellen Sie die Häufigkeitsverteilung der beiden Merkmale tabellarisch und grafisch dar!
- 3) Wie viele Studenten hatten mindestens 80,7 Punkte?
Von welcher Annahme gehen Sie bei der Berechnung aus?
- 4) Bestimmen Sie den Median des Merkmals X: „Erreichte Punkte in der Klausur“!
Welche Note bekäme ein Student, wenn dieser Punkte in Höhe des Medians erreicht hätte?

Gehen Sie nun von folgenden Annahmen aus:

- Die durchschnittlichen Punktzahlen für die Noten 1 bis 4 entsprechen der jeweiligen Gruppenmitte.
 - Die Studenten mit der Note 5 haben in der Klausur überhaupt nichts hingeschrieben, so dass sie alle 0 Punkte erhalten haben.
- 5) Handelt es sich bei den Studenten mit der Note 5 und 0 Punkten um „Ausreißer“?
 - 6) Bestimmen Sie unter den beiden genannten Annahmen:
 - a) die insgesamt bei der Klausur erreichten Punkte
 - b) die durchschnittlich bei der Klausur erreichten Punkte
 - c) die bei der durchschnittlichen Punktzahl erzielte Note
 - 7) Bestimmen Sie das arithmetische Mittel des Merkmals Y: „Erhaltene Note in der Klausur“!
 - 8) Begründen Sie kurz die Abweichung zwischen 6) c) und 7)!
 - 9) Bestimmen Sie den Median für das Merkmal Y: „Erhaltene Note in der Klausur“!
 - 10) Begründen Sie kurz, warum es zwischen der Note aus 4) und 9) keine Abweichung gibt!
 - 11) Die Klausur dauert insgesamt 120 Minuten.
Wie viele Minuten durchschnittlich brauchen die Studenten in dieser Klausur für das Erreichen eines Punktes?

Ü01: Univariate Deskriptive Statistik, Teil 1

Aufgaben

Teil B

- 1) In der Parallelklasse wurde auch eine zweistündige Klausur geschrieben. In dieser Klausur hatten alle Studenten mehr als 0 Punkte. Von jedem Studenten weiß man, wie viele Minuten durchschnittlich für das Erreichen eines Punktes gebraucht wurden. Wie kann auf dieser Basis der Klassendurchschnitt ermittelt werden?
- 2) Statistik hat in diesem Semester die erreichten Punkte von Klausur zu Klausur (bei insgesamt 5 Klausuren) stets um 3 Prozentpunkt gesteigert beginnend mit 3% ggü der letzten Klausur aus dem vorherigen Semester. Wie kann er aus den jeweiligen Steigerungsraten die mittlere Steigerungsrate ermitteln?

Das Hölder-Mittel (auch Potenzmittel genannte) ist folgendermaßen definiert:

$$\bar{x}_p \stackrel{p \in \mathbb{R} \setminus \{0\}}{=} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^p \right)^{\frac{1}{p}} \stackrel{p \in \mathbb{N} \setminus \{0\}}{=} \sqrt[p]{\frac{x_1^p + x_2^p + \dots + x_n^p}{n}}$$

- 3) Welcher Mittelwert ergibt sich für
 - a) $p = +1$
 - b) $p = -1$

Man kann weiterhin zeigen, dass gilt:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \bar{x}_p &= \min\{x_1, x_2, \dots, x_n\} \\ \lim_{x \rightarrow 0} \bar{x}_p &= \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n} = \bar{x}_g \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \bar{x}_p &= \max\{x_1, x_2, \dots, x_n\} \\ \frac{d\bar{x}_p}{dp} &\geq 0 \end{aligned}$$

- 4) Welche Schlussfolgerungen lassen sich daraus ziehen?

Eine weitere Verallgemeinerung ist das sogenannte f-Mittel, welches folgendermaßen definiert ist:

$$\bar{x}_f = f^{-1}\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i)\right)$$

- 5) In welcher Beziehung steht das f-Mittel zum Hölder-Mittel?