Teil A

Statistix hat sich bei seinen letzten 6 Klausuren
bei 2 Klausuren jeweils 5 Stunden und
bei den restlichen Klausuren insgesamt 36 Stunden vorbereitet (und je Klausur gleich lang).

1) Stellen Sie tabellarisch die absolute und relative Häufigkeitsfunktion des Merkmals X: „Vorbereitungszeit für Klausur von Statistix“ auf!

2) Wie lassen sich die empirischen Anfangsmomente $m_p = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^p$ in Abhängigkeit der realisierten Ausprägungen a_j und der relativen Häufigkeit $f(a_j)$ berechnen?

3) Berechnen Sie die ersten 4 empirischen Anfangsmomente!

4) Ermitteln Sie die Standardabweichung über die beiden ersten Anfangsmomente!

Man kann zeigen, dass sich die empirischen zentralen Momente $z_p = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^p$

auf die empirischen Anfangsmomente $m_p = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^p$ zurückführen lassen, insbesondere:

$$z_3 = m_3 - 3 \cdot m_1 \cdot m_2 + 2 \cdot (m_1)^3$$
$$z_4 = m_4 - 4 \cdot m_1 \cdot m_3 + 6 \cdot (m_1)^2 \cdot m_2 - 3 \cdot (m_1)^4$$

5) Ermitteln und interpretieren Sie den empirischen Momentenkoeffizient der Schiefe

$$g_1 = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3}{s^3} = \frac{z_3}{\left(\sqrt{z_2}\right)^3}$$

6) Ermitteln und interpretieren Sie den empirischen Momentenkoeffizient der Wölbung

$$g_2 = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^4}{s^4} = \frac{z_4}{\left(\sqrt{z_2}\right)^4} = \frac{z_4}{(z_2)^2}$$ und den Exzess $z = g_2 - 3$

Für die nächsten beiden Klausuren möchte Statistix sich durchschnittlich $\bar{y} = 2{,}5$ Stunden vorbereiten bei einer Varianz von $s_y^2 = 2{,}25$ Stunden².

7) Ermitteln Sie die absolute Häufigkeitsfunktion des Merkmals Y: „Zukünftige Vorbereitungszeit von Statistix auf Klausur“!

8) Vergleichen Sie die Streuung der bisherigen mit der der zukünftigen Vorbereitungszeiten!

9) Ermitteln Sie das arithmetische Mittel und die Standardabweichung der bisherigen und der zukünftigen Vorbereitungszeiten insgesamt!

Teil B

Land A hat 10 Mio. Einwohner mit einem Vermögen von 120 Mio. Geldeinheiten.
Die ärmere Hälfte der Einwohner besitzt dabei nur 10 % und
die reichere Hälfte 90 % des gesamten Vermögens.

Land B hat 20 Mio. Einwohner mit einem Vermögen von 180 Mio. Geldeinheiten.
Die eine Hälfte des Vermögens wird von den ärmeren 90 % der Einwohner besessen
und die andere Hälfte von den reicheren 10 %.

Beantworten Sie folgende Fragen jeweils für Land A und B.
Gehen Sie dabei von entsprechend gruppierten Daten aus.

1) Wie lauten die Merkmalsträger und das Merkmal?

2) Geben Sie tabellarisch die Koordinaten der Lorenzkurve an
   und zeichnen diese in ein Koordinatensystem!

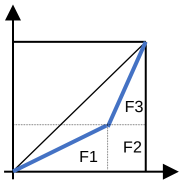
3) Ermitteln Sie rechnerisch (nicht durch Ablesen!),
   a. wie viel Vermögen die mittleren 50 % der Einwohner besitzen!
   b. wie viele Einwohner die mittleren 50 % des Vermögens besitzen!

4) Ergänzen Sie die absolute Häufigkeitsfunktion und die Gruppengrenzen!

5) Der Gini-Koeffizienten lässt sich mit folgender Formel berechnen:

$$G = \sum_{j=1}^{k} u_j \cdot v_{j+1} - \sum_{j=1}^{k} v_j \cdot u_{j+1}$$

   a. Zeigen Sie, dass diese Formel für k = 2 allgemeine Ausprägungen/Gruppen gilt,
      indem Sie den Gini-Koeffizienten über die Zerlegung in die drei Teilflächen
      F1, F2 und F3 berechnen.



   b. Berechnen Sie jeweils den Gini-Koeffizienten und
      vergleichen anschließend die Konzentration der beiden Länder miteinander!

6) Ermitteln Sie den Variationskoeffizienten!

7) Ermitteln Sie auf Basis des Variationskoeffizienten den Herfindahlindex!

8) In welchem Land ist die Konzentration nach Herfindahl größer
   und auf welchen Effekt bzw. welche Effekte ist dies zurückzuführen?