

Teil A

Das Zugabteil-Problem

Jeder von zwei Reisenden (Herr A und Herr B) setzen sich zufällig und unabhängig voneinander in eines von 3 Zugabteilen.

Die Zufallsvariable X bezeichnet die Anzahl der von Reisenden besetzten Abteile.
Die Zufallsvariable Y_i bezeichnet die Anzahl der Reisenden im i -ten Abteil.

- 1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Herr A in Abteil i und Herr B in Abteil j sitzt?
- 2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Herr A nicht in Abteil i und Herr B nicht in Abteil j sitzt?
- 3) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion, den Erwartungswert und die Varianz von
 - a) X : „Anzahl der von Reisenden besetzten Abteile“
 - b) Y_i : „Anzahl der Reisenden im i -ten Abteil“
- 4) Bestimmen Sie die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsfunktion von X und Y_i !
- 5) Berechnen Sie: $\text{Cov}(X, Y_i)$!
Sind X und Y_i stochastisch unabhängig?

Teil B

Das Fahrstuhl-Problem

In einem Wohnhaus fahren unabhängig voneinander 2 Fahrstühle.
Jeder Fahrstuhl kann maximal 3 Personen befördern und ist zu jedem Zeitpunkt mit einer Wahrscheinlichkeit von $2/3$ besetzt (d.h. es befindet sich mindestens eine Person drin).

Falls ein Fahrstuhl besetzt ist, folgt die Anzahl der sich in dem Fahrstuhl befindenden Personen einer statistischen Gleichverteilung.

- 1) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion von
 - a. X : „Anzahl der besetzten Fahrstühle“!
 - b. Y : „Anzahl der Fahrgäste eines Fahrstuhls“!
 - c. Z : „Anzahl der Fahrgäste in beiden Fahrstühlen“!
- 2) Bestimmen Sie die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsfunktion von X und Z !

Teil C

Das Tennisball-Problem

Lucy geht mit ihrem Ballkarton in den Tennisclub. In diesem Karton befinden sich 5 Tennisbälle, von denen 2 noch ungespielt und 3 bereits gespielt sind. Für ein Tennisspiel nimmt Lucy zufällig 3 Tennisbälle aus dem Karton heraus und legt diese nach dem Spiel wieder zurück. Nachdem Lucy das Tennisspiel leider verloren hat, übt sie noch an der Ballwand. Zu diesem Zweck nimmt sie zufällig einen Ball aus dem Karton.

Sei: X: „Anzahl der ungespielten Bälle für das Tennisspiel“
 Y: „Anzahl der ungespielten Bälle für das Üben an der Ballwand“

- 1) Bestimmen Sie die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsfunktion von X und Y!
- 2) Berechnen Sie: $\text{Cov}(X,Y)$!
Sind X und Y₃ stochastisch unabhängig?
- 3) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich aufs Lucys Heimweg vom Tennisclub noch mindestens ein ungespielter Ball im Karton befindet?