

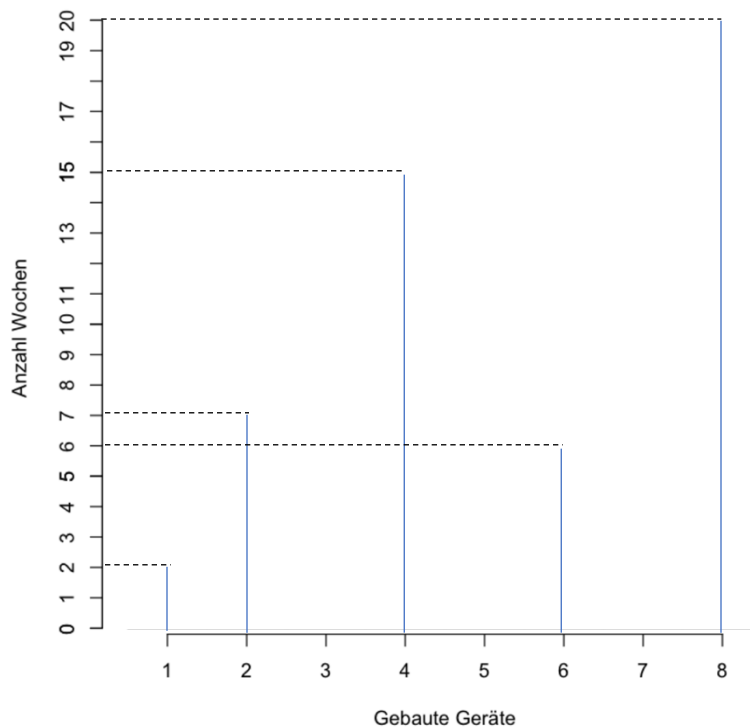
# Aufgabe 1 (Empirie)

## Aufgabe 1 – Teil A

(20P)

**Runden Sie die Ergebnisse auf 2 Nachkommastellen!**

Statistika baut Klimaanlage und hat dieses Jahr für jede Woche aufgeschrieben, wie viele Geräte sie gebaut hat. Sie hat 50 Wochen gearbeitet und die Daten in einer Tabelle zusammengefasst. Leider ist ihr Computer beim Erstellen der Tabelle abgestürzt und diese ist daher verloren gegangen. Er hat lediglich noch folgende Grafik.



- 1) Vervollständigen Sie anhand der Informationen in der Grafik und im Text die folgende Tabelle. (4P)

$a_j$	$f(a_j)$	$F(x)$	$h(a_j)$
...	...	...	...
$\Sigma$	1,00		$n = 50$

- 2) Zeichnen Sie die dazugehörige empirische relative Verteilungsfunktion! (2P)

- 3) Geben Sie Modus, Median und arithmetisches Mittel an! (3P)

- 4) Beurteilen Sie die Schiefe der Verteilung anhand der Lageregel! (1P)

- 5) Berechnen Sie die empirische Varianz! (2P)
- 6) Berechnen Sie den Variationskoeffizienten! (1P)
- 7) Gruppieren Sie die Daten tabellarisch zu den Intervallen [0; 4) und [4; 8]! (2P)

Nehmen Sie nun eine Einpunktverteilung innerhalb der Gruppen auf der Gruppenmitte (für alle Gruppen) an.

- 8) Berechnen Sie zu den gruppierten Daten die Koordinaten der Lorenzkurve und zeichnen Sie die Lorenzkurve in ein geeignetes Diagramm. (3P)
- 9) Berechnen Sie den Gini-Koeffizienten! (2P)

**Aufgabe 1 – Teil B (5P)**

**Runden Sie die Ergebnisse auf 4 Nachkommastellen!**

Statistika interessiert sich für den Aktienmarkt und fragt sich, ob der Kursverfall des S&P500 (Aktienindex) mit der Anzahl an Posts des Präsidenten auf einer Online-Plattform am jeweiligen Tag korreliert. Als Datengrundlage dient ihr folgende Tabelle.

X: „Kursverfall S&P500“	Y: „Anzahl der Posts des Präsidenten“			
$x_i$	$y_i$	$x_i^2$	$y_i^2$	$x_i \cdot y_i$
1%	6	...	...	...
2%	7			
1%	3			
3%	9			
-1%	0			

Berechnen Sie den Korrelationskoeffizienten nach Bravais-Pearson und interpretieren Sie das Ergebnis statistisch exakt. (5P)

## Aufgabe 2

### Aufgabe 2 – Teil A (Kombinatorik)

(11P)

**Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein!**

Statistix will ein Oldtimer-Treffen organisieren. Auf der Veranstaltung sollen 12 Autos präsentiert werden. 3 Autos sind rot, 2 sind gelb, 4 sind blau und die restlichen Autos haben andere unterschiedliche Farben. Insgesamt kommen 30 Teilnehmer (inklusive Statistix).

- 1) Wie viele Möglichkeiten gibt es, die Autos in einer Reihe aufzustellen, wenn die Reihenfolge von gleichfarbigen Autos keine Rolle spielt? (2P)

Nachdem die Autos zur Schau gestellt wurden, sollen nun auch Probefahrten möglich sein. Dazu hat Statistix die Namen aller Teilnehmer, außer sich selbst, auf Zettel geschrieben, die dann zufällig aus einem Hut gezogen werden.

- 2) Wie viele Möglichkeiten gibt es, 12 Probefahrten zusammenzustellen, wenn es keine Rolle spielt, wer welches Auto fahren soll, und die Zettel wieder zurückgelegt werden? (2P)

- 3) Wie viele Möglichkeiten gibt es, 12 Probefahrten zusammenzustellen, wenn es eine Rolle spielt, wer welches Auto fahren soll, und die Zettel wieder zurückgelegt werden? (2P)

- 4) Wie viele Möglichkeiten gibt es, die für die 12 Probefahrten ausgewählten Teilnehmer auf 12 Autos zu verteilen? (1P)

Statistix hat für jedes Auto einen Zettel in einen weiteren Hut gelegt und will anhand einer Ziehung ohne Zurücklegen festlegen, mit welchen 4 Autos er selbst eine Probefahrt machen wird.

- 5) Wie viele Möglichkeiten gibt es, dabei 2 rote Autos und 2 Autos einer anderen Farbe (die sich auch wiederholen kann, aber nicht muss) auszuwählen? (2P)

Nachfolgend die Formeln für die Permutation mit Wiederholung sowie für die Kombination ohne Wiederholung:

$$P^w(n, p, q, r, \dots) = \frac{n!}{p! \cdot q! \cdot r! \cdot \dots} \quad K(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$$

- 6) Erklären Sie, wie sich die Formel der Kombination ohne Wiederholung  $K(n, r)$  aus der Permutation mit Wiederholung  $P^w(n, p, q)$  ergibt! Gehen Sie dabei darauf ein, was sich bei der Permutation „wiederholt“? (2P)

## Aufgabe 2 – Teil B (Ereignisalgebra)

(14P)

**Der Lösungsweg muss klar ersichtlich sein!  
Runden Sie die Ergebnisse auf 5 Nachkommastellen!**

Da Oldtimer aufgrund des Alters sehr anfällig für Probleme sind, will Statistix die dazugehörigen Wahrscheinlichkeiten berechnen. Aus Erfahrung kennt er folgende Wahrscheinlichkeiten:

25% der Autos haben Probleme mit dem Getriebe

37,5% der Autos haben Ölverlust

9,375% der Autos haben Probleme mit dem Getriebe und Ölverlust

18,75% der Autos haben Probleme mit den Zündkerzen und Ölverlust

80% der Autos haben keine Probleme mit den Zündkerzen, wenn sie keinen Ölverlust haben.

9,375% der Autos haben Probleme mit dem Getriebe und den Zündkerzen und Ölverlust

Es werden folgende Ereignisse definiert.

G: „Probleme mit dem Getriebe“

Z: „Probleme mit den Zündkerzen“

O: „Ölverlust“

- 1) Formulieren Sie mit Hilfe der Ereignisse G, Z und O die oben genannten Wahrscheinlichkeitsaussagen! (2P)
- 2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Auto
  - a. Probleme mit dem Getriebe oder Ölverlust hat! (2P)
  - b. keinen Ölverlust hat, wenn es Probleme mit dem Getriebe hat! (2P)
  - c. Probleme mit den Zündkerzen hat! (3P)
  - d. Probleme mit dem Getriebe hat, wenn es keinen Ölverlust oder keine Probleme mit den Zündkerzen hat! (3P)
- 3) Seien A und B Ereignisse jeweils mit einer Wahrscheinlichkeit größer 0. Zeigen Sie anhand eines formalen Rechenwegs, dass zwei disjunkte Ereignisse nicht unabhängig sind! (2P)

## Aufgabe 3 (Verteilungsmodelle)

Runden Sie die Ergebnisse auf 4 Nachkommastellen!

### Aufgabe 3 – Teil A

(13P)

Statistix macht ein Praktikum in einer Autofabrik, in der die 3 verschiedenen Modelle Typ X, Y und Z produziert werden. Aus Erfahrung ist bekannt, dass 50% der bestellten Autos Typ X, 20% Typ Y und die restlichen Typ Z sind. Die Fabrik erhält einen neuen Auftrag über 25 unabhängig voneinander bestellte Autos.

- 1) Wie ist X: „Anzahl der im neuen Auftrag bestellten Autos Typ X“ verteilt? (1P)  
(Verteilungstyp und -parameter)
  
- 2) Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden in dem neuen Auftrag
  - a. genau 12 der bestellten Autos Typ X sein? (2P)
  - b. mehr als 8, aber höchstens 16 der bestellten Autos Typ X sein? (2P)
  - c. genau 15 der bestellten Autos Typ X und 4 Typ Y sein? (3P)

Im nächsten Jahr werden insgesamt 400 Autos produziert. Leider werden unabhängig voneinander 0,5% der Autos bei der Produktion beschädigt.

- 3) Wie ist S: „Anzahl der beschädigten Autos im nächsten Jahr“
  - a. exakt (1P)
  - b. approximativ (Approximationskriterien prüfen) (2P)verteilt? (Verteilungstyp und -parameter)
  
- 4) Mit welcher Wahrscheinlichkeit (approximativ) werden im nächsten Jahr mindestens 2, aber weniger als 5 Autos bei der Produktion beschädigt? (2P)

### Aufgabe 3 – Teil B

(6P)

Statistix ist während der Arbeitszeit im Büro zu einem zufälligen Zeitpunkt eingeschlafen. Sei Z: „Zeit in Stunden bis zum Erscheinen seines Chefs im Büro“

- 1) Wie ist Z verteilt, wenn sein Chef
  - a. regelmäßig zur vollen Stunde im Büro vorbeikommt? (1P)
  - b. durchschnittlich einmal pro Stunde im Büro vorbeikommt? (1P)

Statistix schläft bereits seit 20 Minuten, ohne dass sein Chef ins Büro kam.

- 2) Berechnen Sie für **beide** Fälle a) und b) die Wahrscheinlichkeit, (4P)  
dass sein Chef in den darauffolgenden 20 Minuten im Büro erscheint.

### Aufgabe 3 – Teil C

(6P)

Für die Produktion einer Schraube werden die beiden Arbeitsschritte „Formen“ und „Drehen“ hintereinander durchgeführt. Die Gesamtdurchlaufzeit einer Schraube setzt sich additiv aus den beiden voneinander unabhängigen einzelnen Durchlaufzeiten dieser Arbeitsschritte zusammen.

Sei  $F$ : „Durchlaufzeit einer Schraube beim Formen in Sekunden“ mit  $F \sim \mathcal{N}(2; 0,01)$ .

- 1) Mit welcher Wahrscheinlichkeit dauert das Formen einer Schraube
  - a) länger als 2,2 Sekunden? (2P)
  - b) weniger als 1,8 Sekunden? (1P)Beantworten und begründen Sie b) in einem Satz, ohne zu rechnen!

Sei  $G$ : „Gesamtdurchlaufzeit einer Schraube in Sekunden“ mit  $G \sim \mathcal{N}(5; 0,09)$ .

- 2) Wie ist  $D$ : „Durchlaufzeit einer Schraube beim Drehen in Sekunden“ verteilt? (3P)