

### Aufgabe 1

#### Teil A

Zur Analyse der finanziellen Leistungsfähigkeit im Profifußball sollen die Jahresgewinne aus dem laufenden Geschäft vor Abzügen der Vereine aus der 1. und 2. Liga untersucht werden. Um eine bessere Übersicht zu erhalten, werden die Vereine der 1. und 2. Liga getrennt betrachtet und die Vereine nach ihrer Gewinnhöhe (in Mio EUR) gruppiert. Wir nehmen für beide Ligen eine *Einpunktverteilung auf der Gruppenmitte* innerhalb jeder Gruppe an.

Für die 18 Vereine der **1. Liga** ist folgende Tabelle gegeben:

j	von $g_{j-1}$ bis $g_j$	$f_j$	$u_j$	$h_j$	$m_j$	$m_j \cdot h_j$	$\frac{m_j \cdot h_j}{V}$	$v_j$
1	[0 ; 2)			3				
2	[2 ; 10)			12				
3	[10 ; 12]			3				
$\Sigma$	-		-	$n = 18$	-	$V =$		-

Für die 20 Mannschaften der **2. Liga** ist folgende Tabelle gegeben:

j	von $g_{j-1}$ bis $g_j$	$f_j$	$u_j$	$h_j$	$m_j$	$m_j \cdot h_j$	$\frac{m_j \cdot h_j}{V}$	$v_j$
1	[0 ; 2)			10				
2	[2 ; 4)			10				
$\Sigma$	-		-	$n = 20$	-	$V =$		-

- a) Wie lautet das *zugrundeliegende* statistische Merkmal und wie ist es skaliert? Wie verändert sich die Skalierung dieses Merkmals nach der Annahme der Einpunktverteilung.

$X_i$ : Jahresgewinn vor Abzügen in Mio EUR für Liga  $i$ ,  $i = 1, 2$

$X_i$  ist kardinal-stetig skaliert.

⇒ Durch die Annahme der Einpunktverteilung wird das statistische Merkmal kardinal-diskret.

b) Vervollständigen Sie die beiden Tabellen.

**Liga 1:**

j	von $g_{j-1}$ bis $g_j$	$f_j$	$u_j$	$h_j$	$m_j$	$m_j \cdot h_j$	$\frac{m_j \cdot h_j}{V}$	$v_j$
1	[0 ; 2)	1/6	1/6	3	1	3	1/36	1/36
2	[2 ; 10)	4/6	5/6	12	6	72	24/36	25/36
3	[10 ; 12]	1/6	1	3	11	33	11/36	1
$\Sigma$	-	1	-	$n = 18$	-	$V = 108$	1	-

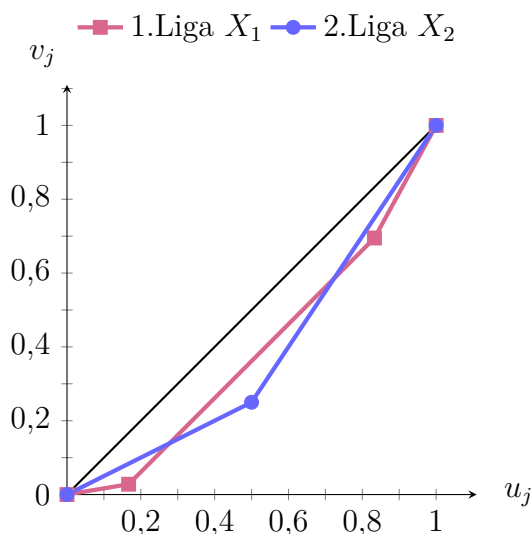
**Liga 2:**

j	von $g_{j-1}$ bis $g_j$	$f_j$	$u_j$	$h_j$	$m_j$	$m_j \cdot h_j$	$\frac{m_j \cdot h_j}{V}$	$v_j$
1	[0 ; 2)	0,50	0,50	10	1	10	0,25	0,25
2	[2 ; 4]	0,50	1,00	10	3	30	0,75	1,00
$\Sigma$	-	1	-	$n = 20$	-	$V = 40$	1	-

c) Verbalisieren Sie  $u_j$  und  $v_j$  für  $j = 1$  in der 2. Liga.

$(u_1; v_1) = (0,5; 0,25)$ , d.h. die 50% gewinnschwächsten Vereine der  $n = 20$  Vereine der 2. Liga erwirtschaften 25% des  $V = 40$  Mio EUR gesamten Gewinnvolumens.

d) Zeichnen Sie die Lorenzkurve für beide Ligen in ein geeignetes Diagramm. Können Sie anhand der Lorenzkurven die beiden Ligen hinsichtlich der relativen Konzentration ihrer Gewinne vergleichen?



Da sich die beiden Lorenzkurven schneiden, lässt sich die relative Konzentration der Gewinne der Ligen nicht eindeutig vergleichen. Eine eindeutige Beurteilung ist nur möglich, wenn die Kurven keine Schnittpunkte haben oder identisch sind.

- e) Berechnen sie den Gini-Koeffizienten für beide Ligen. Vergleichen Sie beide Ligen bezüglich ihrer relativen Konzentration.

Es gilt  $G = \frac{F}{1/2} = 2 \cdot F$ . Mit der Trapezformel ergibt sich:

$$G_1 = 2 \cdot F_1 = 2 \cdot \left[ \frac{1}{2} - \left( \frac{(1/6) \cdot ((1/36)+0)}{2} + \frac{(4/6) \cdot ((1/36)+(25/36))}{2} + \frac{(1/6) \cdot ((25/36)+1)}{2} \right) \right] \approx 0,2315$$

$$G_2 = 2 \cdot F_2 = 2 \cdot \left[ \frac{1}{2} - \left( \frac{0,5 \cdot (0,25+0)}{2} + \frac{0,5 \cdot (0,25+1)}{2} \right) \right] = 0,25$$

$G_1 < G_2 \Rightarrow$  Die relative Konzentration der Gewinne nach Lorenz ist in der 2. Liga höher als in der 1. Liga.

- f) Wie hoch ist der relative Anteil am Gewinnvolumen in der 2. Liga, den die 50% gewinnstärksten Vereine besitzen?

0,75 (siehe Tabelle)

- g) Welcher relativer Anteil der gewinnstärksten Vereine der 1. Liga besitzt 30% des Gewinnvolumens dieser Liga?

$$\frac{3/10}{11/36} \cdot \frac{1}{6} = \frac{9}{55} \approx 0,164$$

- h) Welchen relativen Anteil am Gewinnvolumen der 2. Liga haben die Vereine, die von ihrem finanziellen Erfolg her gesehen die mittleren 50% ausmachen?

$$\frac{1}{2} \cdot 0,25 + \frac{1}{2} \cdot 0,75 = 0,5$$

**Teil B**

Der Wert des Herfindahl-Index für die 1. Liga beträgt  $H_1 = \frac{1}{15}$ .

i) Berechnen Sie den Wert des Herfindahl-Index für die 2. Liga  $H_2$ .

Unter der Annahme der Einpunktverteilungen auf den Gruppenmitten gilt:  
 $\sum_{i=1}^n x_i = 10 \cdot m_1 + 10 \cdot m_2 = 10 \cdot 1 + 10 \cdot 3 = 40$   
 $\Rightarrow H_2 = \sum_{i=1}^n p_i^2 = \left(\frac{1}{40}\right)^2 \cdot 10 + \left(\frac{3}{40}\right)^2 \cdot 10 = \frac{1}{16}$

j) Vergleichen Sie beide Ligen bezüglich ihrer absoluten Konzentration.

$H_2 < H_1 \Rightarrow$  Die absolute Konzentration der Gewinne nach Herfindahl ist in der 1. Liga höher als in der 2. Liga.

k) In welcher Liga ist die absolute Konzentration höher, wenn man nur den Merkmalseffekt berücksichtigt?

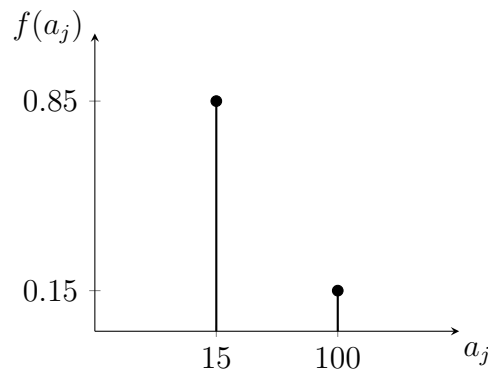
$$n_1 = 18 \quad n_2 = 20$$

$$H'_1 = \frac{H_1}{n_2} = \frac{\frac{1}{15}}{20} = \frac{1}{300} \quad H'_2 = \frac{H_2}{n_1} = \frac{\frac{1}{16}}{18} = \frac{1}{288}$$

$H'_1 < H'_2 \Rightarrow$  Betrachtet man lediglich den Merkmalseffekt, so ist die absolute Konzentration der Gewinne nach Herfindahl in der 2. Liga höher als in der 1. Liga.

**Teil C**

Ein Fußballverein bietet für Stehplätze zwei Preiskategorien an. Dauerkartenbesitzer zahlen pro Spiel 15 EUR, während Nicht-Dauerkartenbesitzer 100 EUR pro Spiel zahlen. Es gibt insgesamt 10000 Stehplätze. Für das statistische Merkmal *Preis eines Stehplatzes pro Spiel (in EUR)* liegt eine relative Häufigkeitsfunktion vor, die die Anteile der beiden Preiskategorien beschreibt.



l) Wie ist das statistische Merkmal skaliert?

Y: Stehplatzpreis pro Spiel (in EUR)  
Y ist kardinal-diskret skaliert.

m) Zeichnen Sie die Lorenzkurve in ein geeignetes Diagramm.

*Hilfstabelle:*

j	$a_j$	$f(a_j)$	$u_j$	$h(a_j)$	$a_j \cdot h(a_j)$	$\frac{a_j \cdot h(a_j)}{V}$	$v_j$
1	15	0,85	0,85	8500	127500	0,4595	0,4595
2	100	0,15	1,00	1500	150000	0,5405	1,0000
$\Sigma$	-	1	-	$n = 10000$	$V = 277500$	1	-

*Lorenzkurve für Y:*

