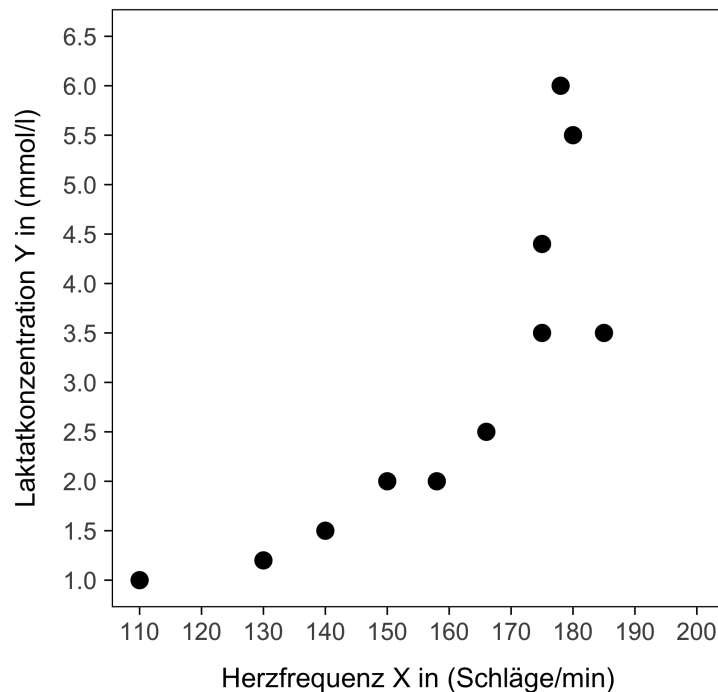


Aufgabe 1

Teil A

Moderne Fitnessuhren zeigen nach dem Training unter anderem die Herzfrequenz, die Geschwindigkeit und die erreichte Trainingszone an. Da die Trainingszonen an der Laktatkonzentration des Körpers orientiert sind, die nur im Labor direkt messbar ist, wird der Zusammenhang zwischen Laktat und Herzfrequenz genutzt, um die erreichte Trainingszone zu bestimmen. Bei ausgewählten Leistungssportlern werden hierfür die *Herzfrequenz* X (*Schläge/min*) und die *Laktatkonzentration* Y (*mmol/l*) unter verschiedenen Belastungsstufen auf dem Fahrradergometer im Labor gemessen. Diese Daten dienen als Grundlage, um die Trainingszonen zu schätzen. Die Messungen einer Leistungssportlerin wurden beispielhaft aufgezeichnet und in einem Streudiagramm visualisiert.

Messung	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
X	110	130	158	185	166	180	175	175	140	178	150
Y	1,0	1,2	2,0	3,5	2,5	5,5	3,5	4,4	1,5	6,0	2,0



Das arithmetische Mittel und die empirischen Varianz von X bzw. Y wurden bereits ermittelt:

$$\bar{x} = 158,8182 \text{ (Schläge/min)} \quad \text{und} \quad \bar{y} = 3,0091 \text{ (mmol/l)}$$
$$s_x^2 = 520,3306 \text{ (Schläge/min)}^2 \quad \text{und} \quad s_y^2 = 2,6772 \text{ (mmol/l)}^2$$

- a) Wie sind die statistischen Merkmale X und Y skaliert?
- b) Berechnen Sie die *empirische Kovarianz* s_{xy} zwischen X und Y . Verbalisieren Sie das Ergebnis.
- c) Berechnen Sie den *Korrelationskoeffizienten nach Bravais-Pearson* r . Interpretieren Sie ihr Ergebnis statistisch exakt.
- d) Welches der beiden Maßzahlen s_{xy} und r eignet sich besser, um die Stärke eines möglichen linearen Zusammenhangs zwischen X und Y zu beurteilen? Begründen Sie Ihre Antwort.
- e) Bestimmen Sie den *korrigierten Rangkorrelationskoeffizienten nach Kendall* τ^* . Interpretieren Sie Ihr Ergebnis statistisch exakt.
- f) Warum müssen wir in e) die korrigierte Version des *Rangkorrelationskoeffizienten nach Kendall* berechnen?
- g) Welches der beiden Zusammenhangsmaße r und τ eignet sich Ihrer Meinung nach besser zur Beschreibung des Zusammenhangs von X und Y in diesen beobachteten Daten? Begründen Sie Ihre Wahl unter Bezugnahme auf das Streudiagramm.

Teil B

Zusätzlich wird im Labor zu jeder in Teil A aufgeführte Messung *die auf dem Fahrradergometer erbrachte Leistung* W in Watt dokumentiert.

Messung	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
W	75	100	125	185	140	165	150	160	90	175	120

Der Rangkorrelationskoeffizienten nach Kendall τ zwischen X und W sowie zwischen Y und W wurde bereits ermittelt:

$$\tau_{xw} = 0,9175 \quad \text{und} \quad \tau_{yw} = 0,8335$$

- h) Berechnen sie den *partiellen Rangkorrelationskoeffizient nach Kendall* $\tau_{xy \circ w}$ und interpretieren Sie Ihr Ergebnis statistisch exakt.

Teil C

Die Fitnessuhr schätzt nun anhand der während des Trainings gemessenen Herzfrequenz den Laktatwert und zeigt darauf basierend die erreichte Trainingszone an. Für einen Hobbyläufer wurden nach dem Joggen die *durchschnittliche Herzfrequenz* \bar{X} (*Schläge/min*) sowie die *erreichte Trainingszone* Z auf einer Skala von 1 (sehr leichte sportliche Belastung) bis 5 (maximale sportliche Belastung) an fünf Tagen gemessen.

Tag		1		2		3		4		5
\bar{X}		170		140		135		165		120
Z		5		4		2		3		1

- i) Berechnen Sie den *Korrelationskoeffizienten nach Spearman* r_{sp} zwischen \bar{X} und Z . Interpretieren Sie ihr Ergebnis.
- j) Berechnen Sie den *Korrelationskoeffizienten nach Kendall* τ zwischen \bar{X} und Z . Interpretieren Sie ihr Ergebnis.