

Aufgabe 1

Sei Ω die Grundmenge. Betrachten Sie die beiden Ereignisse A und B mit $A, B \subseteq \Omega$. Nehmen Sie an, die beiden Ereignisse A und B sind nicht disjunkt, also $A \cap B \neq \emptyset$.

- a) Stellen Sie die folgenden Ereignisse als Mengenoperation dar und markieren Sie diese in einem Venn-Diagramm.
- i) A tritt ein, B jedoch nicht.
 - ii) A und B treten gleichzeitig ein.
 - iii) Weder A noch B treten ein.
 - iv) Höchstens eins der beiden Ereignisse tritt ein.
 - v) Genau eins der beiden Ereignisse tritt ein.

A tritt mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,6 und B mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,7 ein. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,2 tritt keins der beiden Ereignisse ein.

- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit
- i) tritt A nicht ein?
 - ii) treten A und B gleichzeitig ein?
 - iii) tritt A ein, wenn B eingetreten ist?
 - iv) tritt A nicht ein, wenn B eingetreten ist?
 - v) tritt A ein, wenn B nicht eingetreten ist?

Geben Sie eine jeweils eine kurze Begründung.

Nehmen Sie nun an, die Ereignisse A und B seien disjunkt, also $A \cap B = \emptyset$.

- c) Begründen Sie, warum A und B nun stochastisch abhängig voneinander sind.

Aufgabe 2

Die Berliner S- und U-Bahnen sind immer wieder von wetterbedingten Ausfällen betroffen, insbesondere bei Unwetter. Beide Umstände treten, bedingt auf die Wetterlage (Unwetter oder kein Unwetter), unabhängig voneinander auf. Die Ausfallwahrscheinlichkeit der S-Bahn beträgt bei Unwetter 30%, die der U-Bahn 10%. Die U-Bahn fällt mit einer Wahrscheinlichkeit von 5% aus, wenn kein Unwetter herrscht. Zudem ist bekannt, dass die Wahrscheinlichkeit, dass die S-Bahn nicht ausfällt und gleichzeitig kein Unwetter vorliegt, 64% beträgt. Wir nehmen an, dass die Wahrscheinlichkeit für ein Unwetter über das Jahr hinweg konstant ist und 20% beträgt. Es seien die folgenden Ereignisse definiert:

$W :=$ „Es gibt ein Unwetter.“

$S :=$ „Die S-Bahn fällt aus.“

$U :=$ „Die U-Bahn fällt aus.“

- a) Formulieren Sie mithilfe der Ereignisse W , S , U die oben genannten Wahrscheinlichkeitsaussagen.
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit muss man in Berlin an einem zufällig ausgewählten Tag mit dem Ausfall
 - i) der S-Bahn, bei keinem Unwetter rechnen?
 - ii) der S-Bahn rechnen?
 - iii) der U-Bahn rechnen?
 - iv) beider Bahnen rechnen?
 - v) der S-Bahn rechnen, wenn die U-Bahn ausgefallen ist?
 - vi) mindestens einer der Bahnen rechnen?
 - vii) nur der U-Bahn rechnen?
- c) Sind S und U stochastisch unabhängig?

Aufgabe 3

Es werden zwei faire Würfel gleichzeitig geworfen, ein weißer und ein roter. Es seien die folgenden Ereignisse definiert:

$A :=$ „Die geworfene Augenzahl des weißen Würfels ist gerade.“

$B :=$ „Die geworfene Augenzahl des roten Würfels ist ungerade.“

$C :=$ „Die Summe der geworfenen Augenzahlen ist gerade.“

Teil A

- a) Wieso handelt es sich um ein Zufallsexperiment? Was ist zufällig?
- b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse A , B , C .

Teil B

Es seien die folgenden Ereignissen definiert:

$E := A \cap B = \{(2, 1); (2, 3); (2, 5); (4, 1); (4, 3); (4, 5); (6, 1); (6, 3); (6, 5)\}$

$F := A \cap C = \{(2, 2); (2, 4); (2, 6); (4, 2); (4, 4); (4, 6); (6, 2); (6, 4); (6, 6)\}$

$G := B \cap C = \{(1, 1); (1, 3); (1, 5); (3, 1); (3, 3); (3, 5); (5, 1); (5, 3); (5, 5)\}$

$H := A \cap B \cap C$

- c) Aus welchen Elementen von Ω setzt sich das Ereignis H zusammen?
- d) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse E , F , G , H .
- e) Definieren Sie das Komplementäreignis

i) \bar{E} mithilfe von \bar{A} und \bar{B} ii) \bar{H} mithilfe von \bar{F} und \bar{G}

als Mengenoperation.

- f) Sind die Ereignisse A , B , C

i) paarweise ii) vollständig

stochastisch unabhängig? Begründen Sie Ihre jeweilige Antwort mit Hilfe eines formalen Rechenganges.